象數一原

象數一原卷三

錢塘項名達著

零分起度弦矢率論

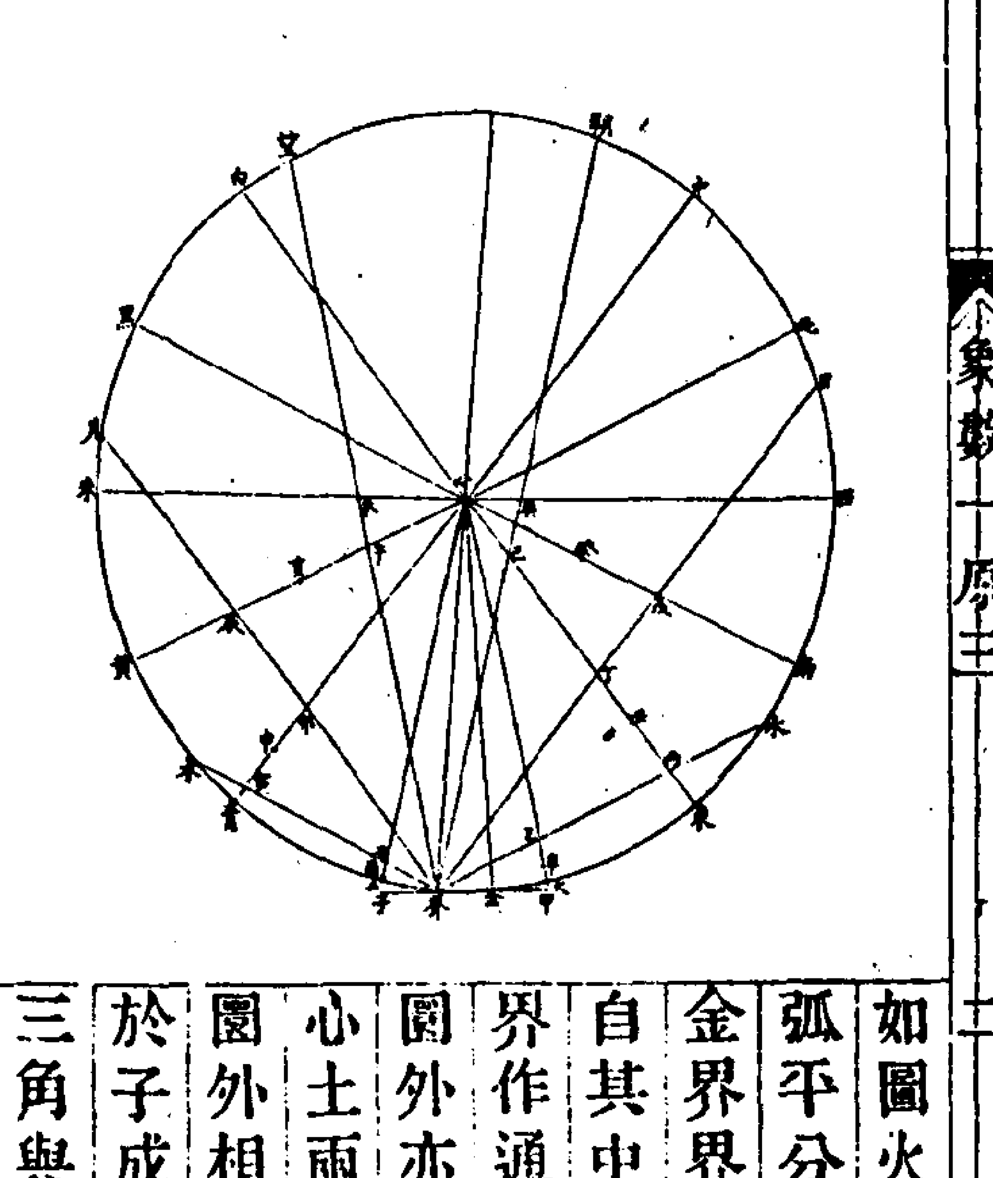
數有零乃不窮於用前因整分遞加推及半分而弦率始備於是倍分諸率皆確然有數可稽矣顧於弦分得整於矢分則得零是補整分之欠者此半分而開零分之先者亦此半分也半分爲二之一二爲分母既得其一分矢率卽任設一數爲分母亦可得其一分矢率矢率然弦率何不然於是析分諸率又確然有數可稽矣且一分率特起度之分子耳分子起

於一而遞加之則成多數亦可不起於一而遞加之益成多數準是推之倍分析分外其率正自無量亦莫不確然有數可稽矣而要非零分遞加固不足以極其變而盡其致易曰窮則變變則通數本不窮而似有窮時者局於一耳卽此一而善用之則窮者通此零分之所以變而愈合也

整分率先明三角而後釋以遞加以數之自象生也半分率先論遞加而後驗以三角以象之由數悟也今零分率象數既彰卽可按弧分子母繪圖出線以顯三角比例而歸本於數之遞加故仍先象而後數

又零分三角第一二形腰溢在圜外既非半徑通弦復非切割欲求其率并乘除開方亦不能御須用借率易率法求之始得若零分遞加其求積與整分半分者一例簡易不煩宜先以煩且難者證知率數之不誣後乃約從簡易而諸術遂自此立焉

分母者所知弧也分子者所求弧也整分半分本有分子母存其間特分母爲一與二可約其定數以立術無庸分別子母今零分任求幾分之幾則全恃子母以爲用子母既明并整分半分者胥歸一術蓋整與半以導乎其始而零分乃滙乎其全也



如圖火土爲本弧平分爲火金金界界土三分自其中一分金界作通弦引出圜外亦引心火心土兩半徑出圜外相遇於甲於子成心甲子三角與本弧通

弦及兩半徑所作三角形同式可相比例是爲第一形取三分弧之二起度自心作心東心南乃至心中諸半徑使東火南東中北等皆如火土本弧又自界作界水界日界朔諸通弦使水金日水朔日等皆得火土本弧之倍或取三分弧之一起度自心作心青心黃乃至心白諸半徑使青土黃青白黑等皆如火土本弧又自界作界木界月界望諸通弦使木金月木望月等皆得火土本弧之倍諸線相交成各兩等邊三角而皆同式可以比例先用法求得第一形腰心子二率乘一率除得底甲子若以界甲乙爲第二

形則界子丑爲負形又求得負形腰界子以減第一形底甲子餘甲界爲第二形腰二率乘一率除得底甲乙以減第一形腰心甲餘心乙爲第三形腰二率乘一率除得底乙丙以加第二形腰界乙得界丙爲第四形腰二率乘一率除得底丙丁如是遞爲加減乘除至第七心巳庚形可得各腰底迺以負形腰界子卽金甲與第二形腰界甲相減餘界金卽三分弧之一通弦第二形腰界乙與第四形腰界丙卽乙水相加得界水卽三分弧之七通弦依是遞加得界日卽三分弧之十三通弦界朔卽三分弧之十九通弦又以

第一形腰較甲火與第三形腰較乙火相減餘辛火
之倍卽三分弧之二倍矢第三形腰較丙東與第五
形腰較丁東相加得壬東之倍卽三分弧之五倍矢
依是遞加得倍癸南卽三分弧之八倍矢若以界子
丑爲第二形則界甲乙爲負形以負形腰界甲減第
一形底甲子餘界子爲第二形腰二率乘一率除得
底子丑以減第一形腰心子餘心丑爲第三形腰二
率乘一率除得底丑寅以加第二形腰界丑得界寅
爲第四形腰二率乘一率除得底寅卯如是遞爲加
減乘除至第七心午未形可得各腰底通以第二形

腰界丑與第四形腰界寅卽丑木相加得界木卽三分弧之五通弦第四形腰界卯與第六形腰界辰卽卯月相加得界月卽三分弧之十一通弦依是遞加得界望卽三分弧之十七通弦又以第一形腰較子土與第三形腰較丑土相減餘酉土之倍卽三分弧之一倍矢第三形腰較寅青與第五形腰較卯青相加得申青之倍卽三分弧之四倍矢依是遞加得倍亥黃卽三分弧之七倍矢一切比例加減悉與整分半分同惟弧分子小於分母者通弦倍矢皆相減而得但零分之第一二形腰溢在圜外與本弧通弦率不相通今欲求其腰率必借

他弧通弦爲二率以求之因有借率法求得腰率後迺以借弧之率易爲本弧之率因有易率法備論如左

借率法

分母奇者借一分弧通弦爲二率分母偶者借二分弧通弦爲二率求第一形腰視分母數奇或偶而折半則奇卽以奇數爲形數用前整分諸腰率折半仍偶則以偶數加一爲形數用前半分諸腰率爲除法以兩分子相減其數奇或偶而折半則奇卽以奇數爲形數用前整分諸腰率折半仍偶則以偶數加一

為形數用前半分諸腰率為乘法置半徑乘法乘之除法除之得第一形腰率求第二形腰卽以求第一形之除法為除法視分母數奇分子倍之為形數用整分腰率數偶分子加一為形數用半分腰率為乘法置半徑乘法乘之除法除之得第二形腰率

今分母為三分子為一與二圖以明之如火土本弧卽分母平分火金金界界土三分界土為一分之分子界火為二分之分子心火土為本弧通弦半徑所成三角形心甲子卽今所求第一形心甲心子為兩腰此二形同式界子為一分弧第二形腰界甲為二

分弧第二形腰心丁土形與心界子形同式心丁火形與心界甲形同式於是比例之求第一形腰術爲以心丁比心界若心土與心子而心丁者即前整分第三形腰心界者即前整分第一形腰緣分母數奇故與整分諸形相當奇數三故用第三形腰爲除法兩分子相減得一故用第一形腰爲乘法乘除半徑心土而得所求第一形腰

心子也求第二形腰術爲以心丁比丁土若心界與界子以心丁比丁火若心界與界甲皆以心丁爲除法與求第一形同而丁土者卽前整分第二形腰緣分子一倍得二故用第二形腰爲乘法丁火者與土乙土丙皆等卽前整分第四形腰緣分子二倍得四故用第四形腰爲乘法各乘除半徑心界而得所求第二形腰界子及界甲也比例旣明須求率法乘除所用諸形腰皆屬整分整分自一分起故宜借一分通弦爲二率則諸形腰率自得以整分之第一形腰一率一正乘半徑一率一正爲實第三形腰一率一正三率

一負爲法除之所得諸率卽今所求第一形腰以整分之第二形腰二率一正或以第四形腰二率二正四率一負各乘半徑一率一正爲實各以第三形腰一率一正三率一負爲法除之所得諸率卽今所求一分弧第二形腰及二分弧第二形腰

心丄界兩相乘爲實 丨○○○○○○○○○○○○○○

心丁爲法 丨○卜

得心子第一形腰 丨○丨○丨○丨○丨○丨○丨○丨

法一率除實一率仍得一

率一正爲得數一率轉乘

法三率得二

率一負減實無對易爲正法一率除之得三率一正爲得數三率轉乘法三率得三率一負減實無對易爲正法一率除之得五率一正爲得數五率如是遞乘遞減遞除約除至十五率止每率皆爲一正得第一形腰率

心界丁土兩相乘爲實 ○|○○○○○○○○○○○○○○

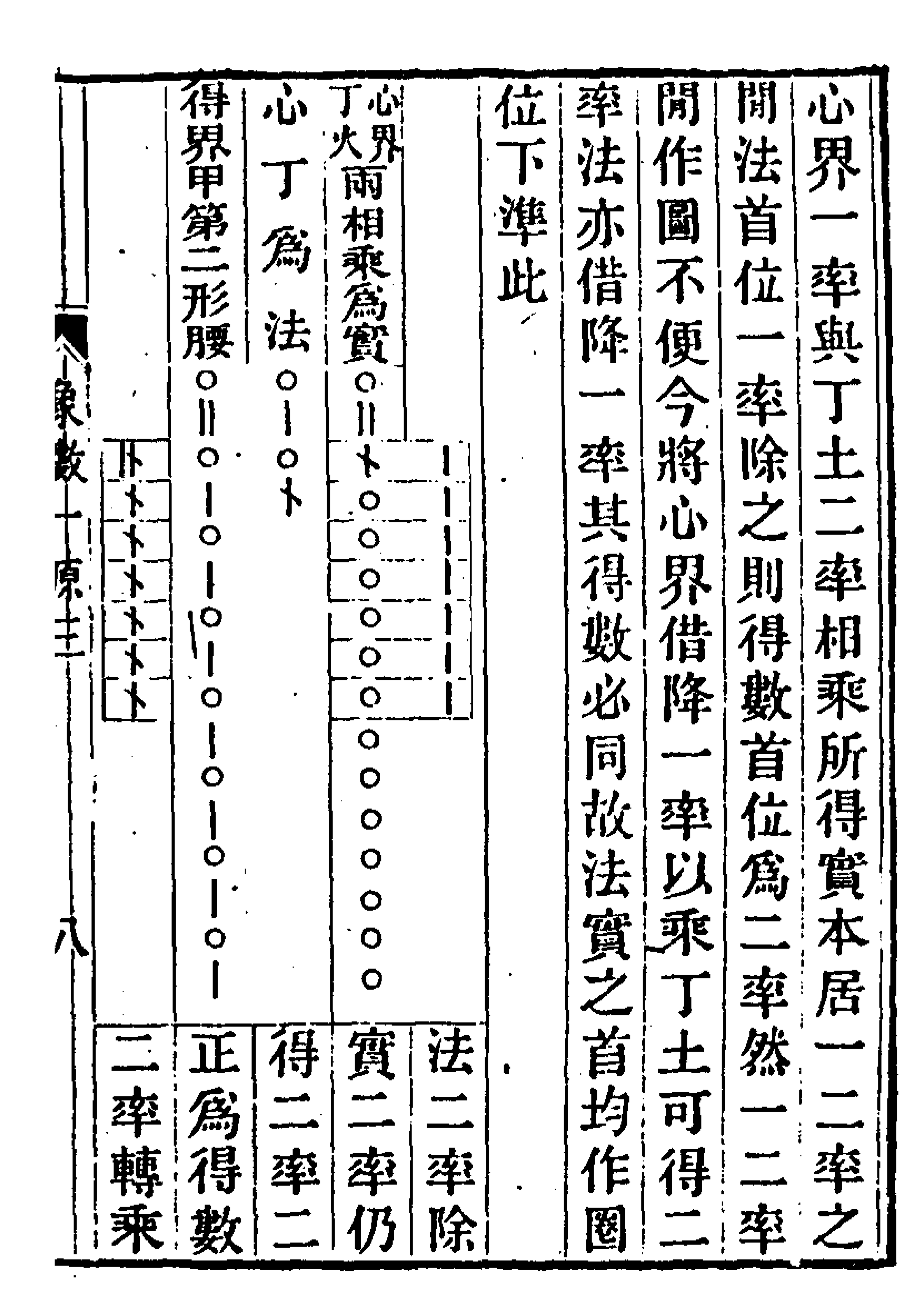
心丁爲法 ○|○卜

得界子第二形腰 ○|○|○|○|○|○|○|○|

卜卜卜卜卜卜卜

此式法實之數與首式同故得數亦等惟下一率耳

心界一率與丁土二率相乘所得實本居一二率之閒法首位一率除之則得數首位爲二率然一二率閒作圖不便今將心界借降一率以乘丁土可得二率法亦借降一率其得數必同故法實之首均作圖位下準此



法四率得三率二負以減實餘三率一減數大易爲
正法二率除之得四率一正爲得數四率轉乘法四
率得四率一負以減實無對易爲正二率除之得六
率一正爲得數六率如是遞除至十六率止
以上所得第一二形腰率皆借一分通弦爲二率非
本弧三分通弦爲二率也須用易率法易借率爲本
率而後乘除加減可以施

易率法

左右作二直線向上作一橫線列於橫線上者曰本
率以本弧通弦爲二率者也列於橫線下者曰借率

以借弧通弦爲二率者也本二率一當借率若干曰相當率上下對列於右線左取相當之借二率數爲分母除相當率得本二率一旁寄分母借二率除得一其下各率皆寄分分宜齊其等差如四率則旁寄分母六率轉以分母乘之旁寄分自乘八率轉以分母自乘乘之旁寄分再乘爲用二率各自乘之半徑一率除之得本三率一旁寄分自乘借三率仍爲一其下各率增多寄分亦按率增多爲用三率用二率用三率同指本率言借率亦從之下雖尚有各率而其首位用二率則自二率起用三率則自三率起亦卽乘法上下對列於相當率左復以借率所求得之率列於左線右視求得率爲耦取用二率爲奇取

用三率列於右線右本率列上遞以本三率乘法乘之一率除之得各本率次列其右而其下相當之借率亦遞以借三率乘法乘之一率除之得各借率按率相當而列其下概曰用率用以遞求之率也廼準求得諸率逐次取用借率對率相聚增其歉而損其盈乘除之使與求得率等次列於左線左而其上相當之本率亦隨之遞爲乘除而次列於上命曰定率卽易借率爲本所斟定之率也

煦案此云借二率寄分宜齊其等差亦有數從簡易無取增乘之過繁而不齊其等者如後五分弧

之幾易率法是也

準整分率三分通弦二率一與一分通弦二率三正四率一負相當用爲相當率列右線左以借二率三爲分母除之得本二率三之一正借二率一正四率三之一負皆書分子寄分母爲用二率各自乘半徑除之得本三率一寄分母自乘借三率一正五率二負寄分母七率一正寄分自乘爲用三率亦即乘法依次列相當率左復以求得第一形腰率列左線右腰率皆奇取用三率列右線右本率列上遞以本三率乘之一率除之得各本率分子皆一寄分則遞增

而多借率列下亦以用率之借三率乘之一率除之

用率

十五率	十三率	十一率	九率	七率	五率	三率	相當率	二率
一十三	一十一	一九	一七	一五	一三	一自	一	一分

得五率一正七率四負寄分母九率六正寄分自乘十一率四負寄分再乘十三率一正寄分三乘為用五率依是遞為乘除得各用率之借

三率

第一形

一率 三率 五率 七率 九率 十一率 十三率 十五率

定率

率每乘則率數增多約至十五率止下可勿計上與本率相當以次而列概曰用率遞求定率視求得一率為一以一率一正上下對列於左線左為定一率

求得三率亦爲一以用三率之本率借率上下對列於定一率左爲定三率求得五率亦爲一而借三率內之五率反負三之二因通求得率一爲三以加之得三之五遂取用五率之本率借率各以分子五乘之分母三除之除則增其寄分上下對列於定三率左爲定五率求得七率亦爲一而借三率內之七率正九之一借五率內之七率負九之二十相減仍負九之十九通求得率一爲九以加之得九之二十八遂取用七率之本率借率各以分子二十八乘之分母九除之上下對列於定五率左爲定七率依是聚

定分子母而乘除之得各定率其上方橫列者即三分弧之一第一形腰率也

前圖第一形腰率皆奇故取奇率爲用率今圖第二形腰率皆耦故取耦率爲用率第二形有兩祗須求得其一今求三分弧之一第二形以之減第一形底即三分弧之二第二形腰也至乘除易率之法均與前同不煩多贅惟求用率之借率逐位遞乘而多易於淆混今爲約定其乘法乘有兩數列左右兩行間空一位空位作圈以存其率左右兩首位相乘爲得數首位左首位乘右三位右首位乘左三位兩數

用率

十六率	十四率	十二率	十率	八率	六率	四率	二率	相當率	二率
丨十四	丨十二	丨十	丨八	丨六	丨四	丨再	丨分	丨	丨分
							丨	〡〡〡	丨
							〇	〇	〇
							〸分	〸	〸分
						丨	〇		
						〇	〇		
					丨	〡〡〡〡分	〇		
					〇	〇	〇		
				丨	〡〡〡〡分	〡〡〡〡自	〇		
				〇	〇	〇	〇		
			丨	〸分	一〇自	〸再	〇		
			〇	〇	〇	〇	〇		
		丨	〡〡〡〡分	三自	〸〇再	〇	〇		
		〇	〇	〇	〇	〇	〇		
	丨	一〸分	三自	三〡〡〡〡再	〡〡〡〡三	〇	〇		
	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇		
丨	一〡〡〡〡分	三〡〡〡〡自	三〡〡〡〡再	三〡〡〡〡三	〸四	〇	〇		

相併爲得數次位左首位乘右五位右首位乘左五位左右兩三位相乘三數相併爲得數三位左首位乘右七位右首位乘左七位左三位乘右五位右三

一定率

三率　自　〇一〇 扮 〇 自

第二形　一〇一〇一〇一〇一〇一〇一〇一

二率　分　一〇 扮 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

四率

六率

八率

十率

十二率

十四率

十六率

位乘左五位四數相併爲得數四位如是遞乘至兩行末位止凡正負同名相乘所得爲正異名相乘所得爲負併法同名相併名從原數異名相減名從大

數兩數一寄分一不寄分乘後仍寄原分兩數皆寄分者乘後以兩分相乘爲寄分今借三率遞乘用率各率皆正負相間乘數同位者恒同名故概用併得數亦皆正負相間寄分先須齊其等差乘後同位者亦恒同分得數首位不寄分次位寄分母三位寄分自乘以次遞增得數之位相連故率亦相連若以一率除之則仍間空一位而奇率歸奇率耦率歸耦率也

既得第一二形腰率可以比例加減求各形腰底今將三分之二起度者列於前三分之一起度者列於

後

求三分之二起度各形腰底率

負第一形腰　子界 [illegible]

第一形腰　子心 [illegible]

一形腰一二率乘除之得底　子甲 [illegible]

負一形底腰減得第二形腰　甲界 [illegible]

二形腰一二率乘除之得底　乙甲 [illegible]

一二形底腰減得第三形腰　乙心 [illegible]

三形腰一二率乘除之得底　丙乙 [illegible]

二三形底腰加得第四形腰　丙界 [illegible]

四形腰一二率乘除之得底　丁丙　○　○　[illegible]分　○　[illegible]三　○　[illegible]六　○　[illegible]九　○　[illegible]十二　○　[illegible]十五　○　[illegible]十八　○

三四形底腰減得第五形腰　丁心　｜　○　[illegible]自　○　[illegible]四　○　[illegible]七　○　[illegible]十　○　[illegible]十三　○　[illegible]十六　○　[illegible]十九　○

五形腰一二率乘除之得底　戊丁　○　｜　○　[illegible]自　○　[illegible]四　○　[illegible]七　○　[illegible]十　○　[illegible]十三　○　[illegible]十六　○　[illegible]十九

四五形底腰加得第六形腰　戊界　○　[illegible]分　○　[illegible]三　○　[illegible]六　○　[illegible]九　○　[illegible]十二　○　[illegible]十五　○　[illegible]十八　○　[illegible]廿一

六形腰一二率乘除之得底　己戊　○　○　[illegible]分　○　[illegible]三　○　[illegible]六　○　[illegible]九　○　[illegible]十二　○　[illegible]十五　○　[illegible]十八　○

五六形底腰減得第七形腰　巳心　｜　○　[illegible]自　○　[illegible]四　○　[illegible]七　○　[illegible]十　○　[illegible]十三　○　[illegible]十六　○　[illegible]十九　○

七形腰一二率乘除之得底　庚己　○　｜　○　[illegible]自　○　[illegible]四　○　[illegible]七　○　[illegible]十　○　[illegible]十三　○　[illegible]十六　○　[illegible]十九

六七形底腰加得第八形腰　庚界　○　[illegible]分　○　[illegible]三　○　[illegible]六　○　[illegible]九　○　[illegible]十二　○　[illegible]十五　○　[illegible]十八　○　[illegible]廿一

求三分之一起度各形腰底率

負第二形腰　甲界　○　[illegible]分　○　[illegible]三　○　[illegible]六　○　[illegible]九　○　[illegible]十二　○　[illegible]十五　○　[illegible]十八　○　[illegible]廿一

第一形腰　甲心　｜　○　自　○　四　○　七　○　十　○　十三　○　十六　○　十九　○

一形腰一二率乘除之得底　子甲　○　｜　○　自　○　四　○　七　○　十　○　十三　○　十六　○　十九

負一形底腰減得第二形腰　子界　○　分　○　三　○　六　○　九　○　十二　○　十五　○　十八　○　廿一

二形腰一二率乘除之得底　丑子　○　○　分　○　三　○　六　○　九　○　十二　○　十五　○　十八　○

一二形底腰減得第三形腰　丑心　｜　○　自　○　四　○　七　○　十　○　十三　○　十六　○　十九　○

三形腰一二率乘除之得底　寅丑　○　｜　○　自　○　四　○　七　○　十　○　十三　○　十六　○　十九

二三形底腰加得第四形腰　寅界　○　分　○　三　○　六　○　九　○　十二　○　十五　○　十八　○　廿一

四形腰一二率乘除之得底　卯寅　○　○　分　○　三　○　六　○　九　○　十二　○　十五　○　十八　○

三四形底腰減得第五形腰　卯心　｜　○　自　○　四　○　七　○　十　○　十三　○　十六　○　十九　○

五形腰一二率乘除之得底　辰卯　○　｜　○　自　○　四　○　七　○　十　○　十三　○　十六　○　十九

四形腰五形底加得第六形腰 辰界 〇 [illegible]分 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十二 〇 [illegible]十五 〇 [illegible]十八 〇 [illegible]廿一

六形腰一二率乘除之得底 午辰 〇 〇 [illegible]分 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十二 〇 [illegible]十五 〇 [illegible]十八 〇 [illegible]

五形腰六形底減得第七形腰 心午 [illegible] 〇 [illegible]百 〇 [illegible]四 〇 [illegible]七 〇 [illegible]十 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十六 〇 [illegible]十九 〇

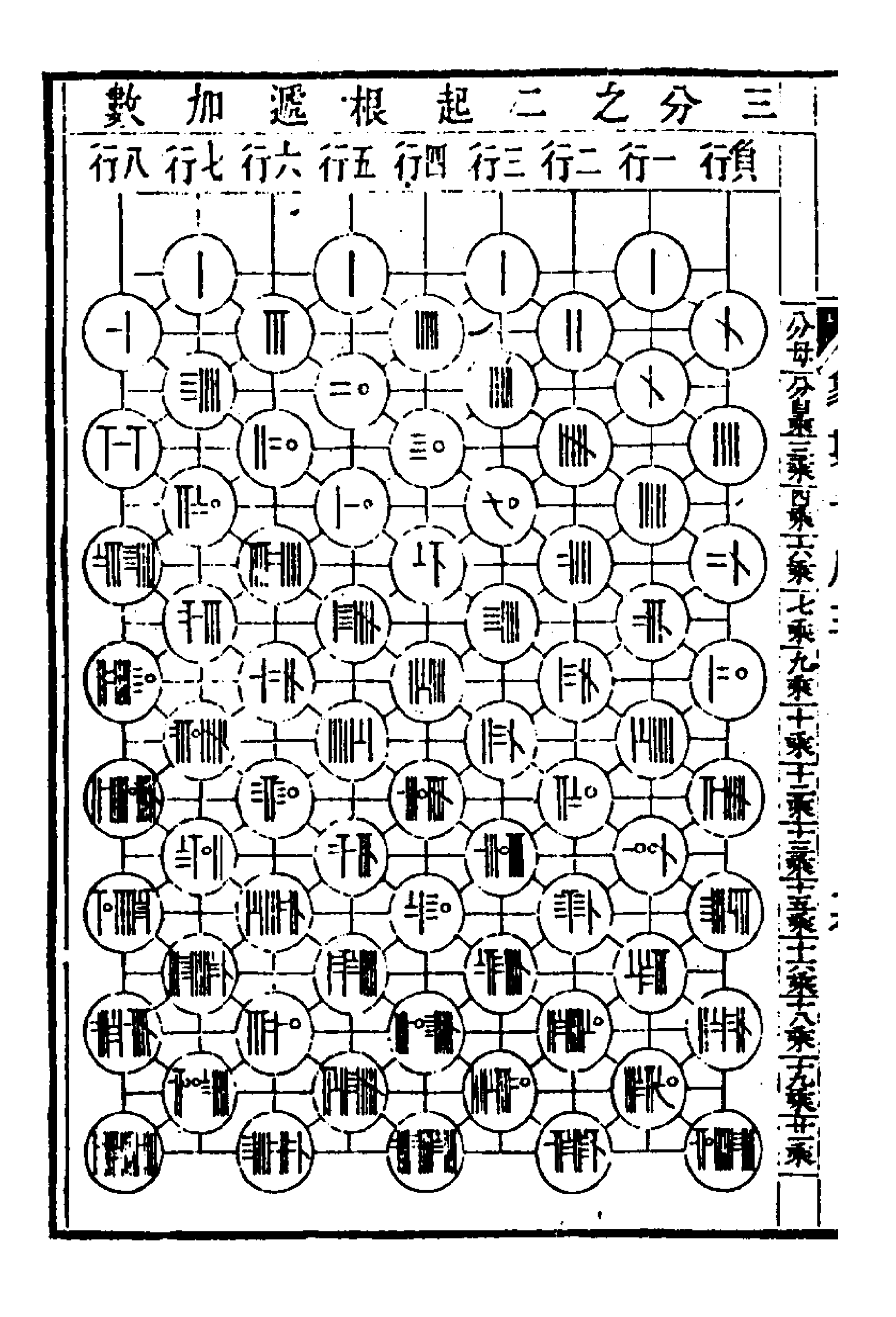
七形腰一二率乘除之得底 午未 〇 [illegible] 〇 [illegible]百 〇 [illegible]四 〇 [illegible]七 〇 [illegible]十 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十六 〇 [illegible]十九

六形腰七形底加得第八形腰 界未 〇 [illegible]分 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十二 〇 [illegible]十五 〇 [illegible]十八 〇 [illegible]廿一

此腰底各率與三分之二三分之一起根遞加數相合

前推半分起根遞加數先求首根首積後乃順加逆減得正負各根積零分亦可一例推衍惟首根首積在斜行線上腰底則聯於直行求斜行不如求直行

爲便今推三分之二起根各數首層根差皆一次層爲根以分子二爲首根分母乘根差得三自首根順加得五八十一等根皆正逆減得一四七十等根皆負負根祇列其一餘可約知寄分母於右方正負兩首根一二相乘得二二除之得一負分母除之不受除即爲第一行平積寄分增爲自乘次正根五乘平積得五負三除之分母除之均不受除即爲第二行立積增寄分爲三乘次負根四乘立積得二十四除之仍得五分母除之不受除即爲第一行三乘積增寄分爲四乘第三正根八乘三乘積得四十五除之


三分之二起根遞加數
負行
一行
二行
三行
四行
五行
六行
七行
八行
分母
分自乘
三乘
四乘
六乘
七乘
九乘
十乘
十二乘
十三乘
十五乘
十六乘
十八乘
十九乘
廿一乘

三分之一起根遞加數

負行 一行 二行 三行 四行 五行 六行 七行 八行

分母 分負乘 三乘 四乘 六乘 七乘 九乘 十乘 十二乘 十三乘 十五乘 十六乘 十八乘 十九乘 廿乘

得八正分母不受除應增寄一乘又視立積較根增寄三乘今求四乘積較立積祇增二乘應齊其等轉以分母乘之得二十四正爲第二行四乘積增寄分爲六乘如是遞以正負根乘之遞加數除之同名相乘得積爲正異名相乘得積爲負奇積列第一行耦積列第二行得兩行積迺求逐行積視平積較根寄分增一乘因以分母三乘次行根得六正以加首行平積一負異名以減爲加得五減數大易爲正爲第三行平積分母乘第四行根得十五正以加三行平積五正得二十正爲五行平積分母乘第六行根得

二十四正以加五行平積二十正得四十四正為第七行平積視立積較平積寄分增兩乘因以分母自乘九乘第三行平積得四十五正以加次行立積五負異名以減為加得四十減數大易為正為第四行立積九乘第五行平積得一百八十正以加四行立積四十正得二百二十正為第六行立積九乘第七行平積得三百九十六正以加六行立積二百二十正得六百十六正為第八行立積又逆減以九乘首行平積得九負以減次行立積五負得四減數大易為正為負行立積依是逐層齊分順加逆減如正負

法命之得逐行積是爲三分之二起根遞加數其三
分之一起根者準是類推觀圖自悉𤋮此兩圖左右
互爲正負第一行兩圖所同第二行及負行左右正
負互易之亦無弗同既得前圖逐行積卽可如法加
減而互易之得後圖逐行積也

煦案此四乘積用分母增乘以齊其等亦有數取
簡易不齊其等者如後五分之幾遞加數是也

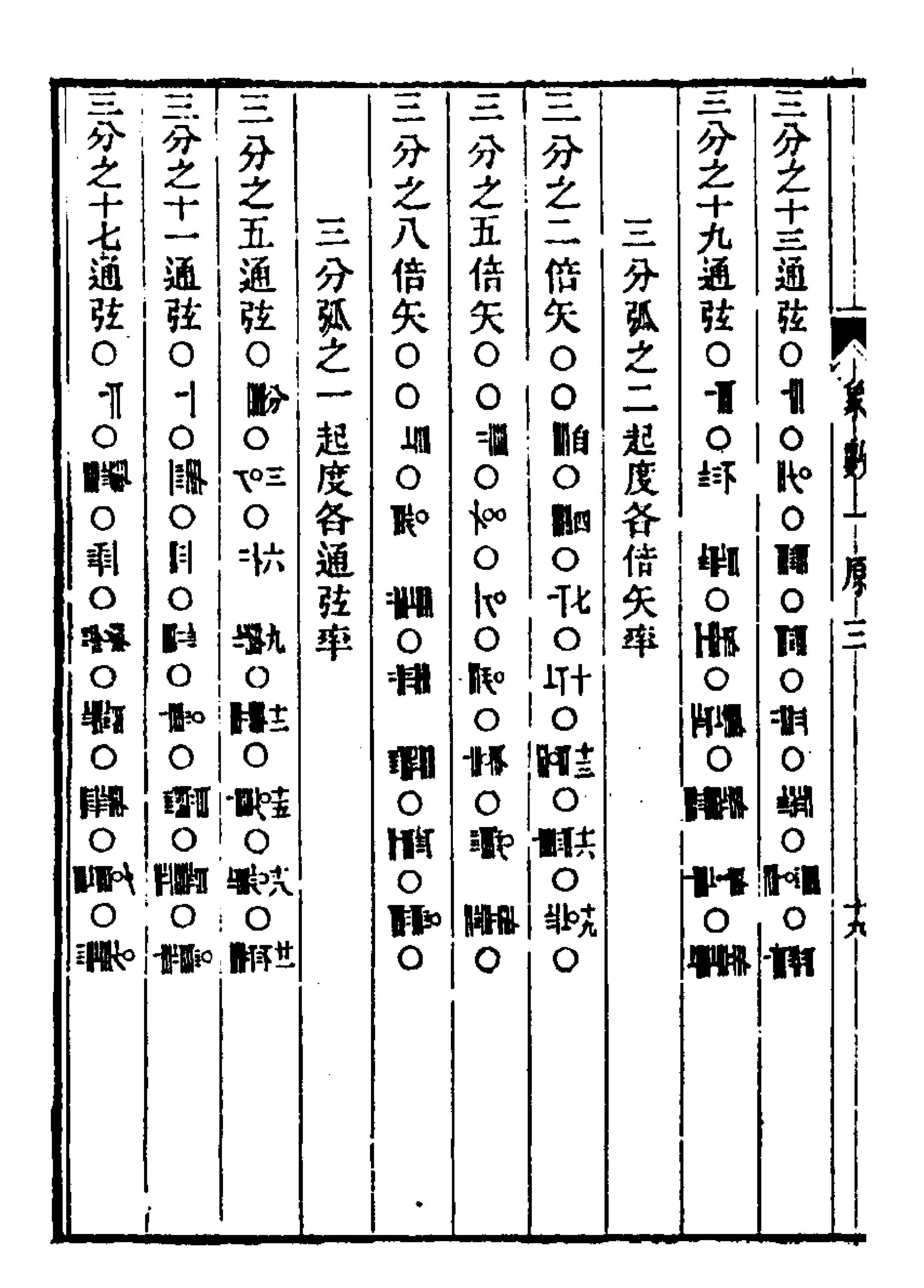
觀以上推衍三角形以三分之二起度者遞加數卽
以三分之二起根三角形以三分之一起度者遞加
數卽以三分之一起根其負形腰率卽負行數第一

形腰率即第一行數第二形腰率即第二行數推之逐形逐行皆兩兩相應雖正負不盡同而其不同自有定率但如半分遞加數所定易正負法易之自無弗同矣故以遞加數兩耦行相併亦猶界角形兩腰相併可得逐度通弦以遞加數兩奇行去根差相併亦猶心角形兩腰減半徑相併可得逐度倍矢如法求得各弦矢率列後

三分弧之二起度各通弦率

三分之一通弦○[illegible]○[illegible]三○[illegible]六○[illegible]九○[illegible]十二○[illegible]十五○[illegible]○[illegible]

三分之七通弦○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]



三分之十三通弦

三分之十九通弦

三分弧之二起度各倍矢率

三分之二倍矢

三分之五倍矢

三分之八倍矢

三分弧之一起度各通弦率

三分之五通弦

三分之十一通弦

三分之十七通弦

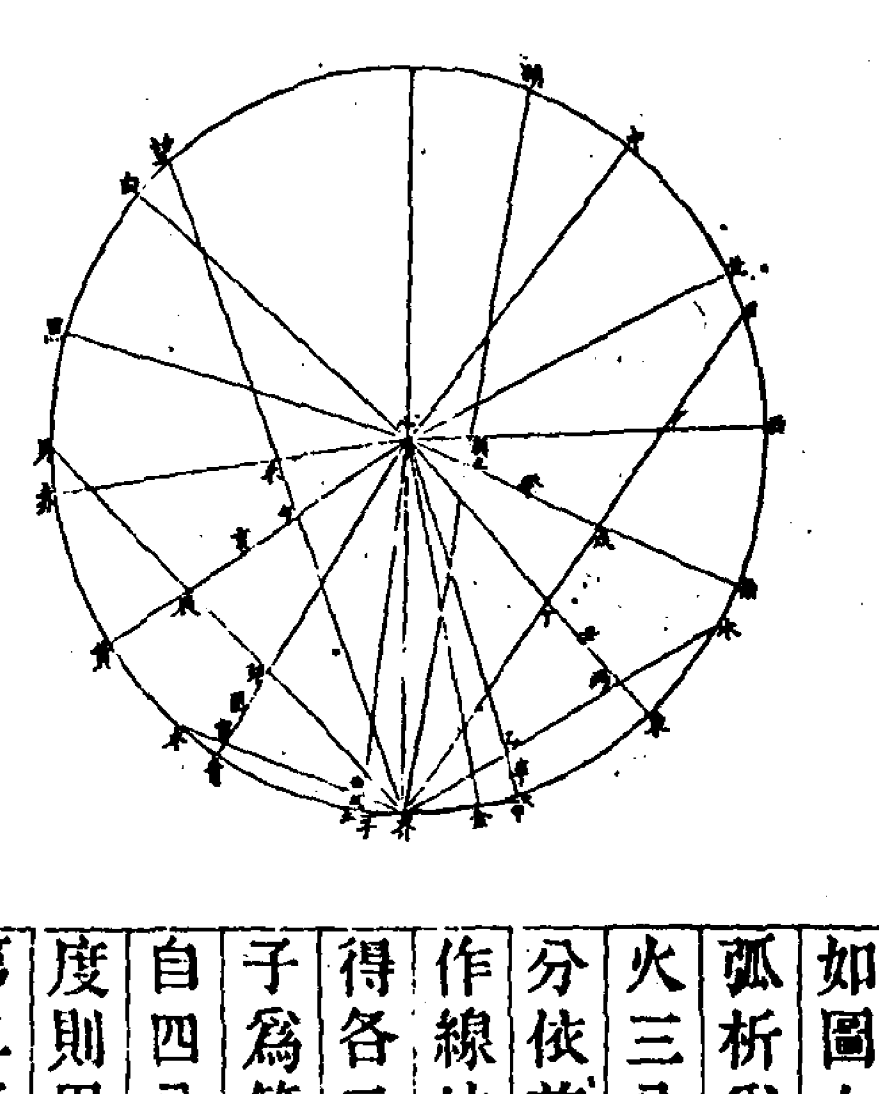
三分弧之一起度各倍矢率

三分之一倍矢○○[illegible]

三分之四倍矢○○[illegible]

三分之七倍矢○○[illegible]

分母既爲三則除去三六九十二等數凡一二四五七八等數皆可爲分子今以三之二三之一起度矢之分子可得其全而弦之分子祇一五七等奇分其耦分必析分母爲六以六之五六之一起度方得三之二三之四等耦分弦率可知求奇分弦用原分求耦分弦用倍分不獨整分然零分亦然也



如圖火土爲本弧析爲四分界火三分界土一分依前法按分作線比例加減得各三角心甲子爲第一形若自四分之三起度則界甲乙爲第二形廻至心

巳庚爲第七形界庚即第八形腰界金四分之二即二分之一通弦界水四分之十即二分之五通弦界日四分之十八即二分之九通弦界朔四分之二十六即二分之十三通弦倍辛火四分之三倍矢倍東壬四分之七倍矢倍癸南四分之十一倍矢若自四分之一起度則界子丑爲第二形迺至心午未爲第七形界未即第八形腰界木四分之六即二分之三通弦界月四分之十四即二分之七通弦界望四分之二十二即二分之十一通弦倍申土四分之一倍矢倍酉青四分之五倍矢倍亥黃四分之九倍矢觀

圓自悉

借率求第一二形腰

如前法分母四爲偶應借二分通弦爲二率求第一形腰分母四折半得二仍偶故以二加一爲三取半分起度第三形腰率爲除法兩分子相減爲二雖偶而折半得一則奇故以一取整分起度第一形腰率爲乘法乘除半徑得第一

形腰求第二形腰卽以求第一形之除法爲除法又分母偶分子爲一者加一得二取半分起度第二形腰率分子爲三者加一得四取半分起度第四形腰率爲乘法乘除半徑得第二形腰試圖以明之火土本弧四分爲分母界土一分界火三分爲分子心甲子卽今所求第一形與心火土形同式心子心甲爲兩腰界子爲一分弧第二形腰界甲爲三分弧第二形腰作土巳土戊兩線卽顯圖中各形與半分起度諸三角相當土巳丁當彼第二形心乙丁當彼第三形土戊乙當彼第四形彼之一分今則爲二分故借

二分通弦爲二率界金二分既爲二率則心界金形又與整分第一形相當遞比例之心丁土與心界子同式心丁火與心界甲同式以心丁半分第三形腰比心土半徑若心界整分第一形腰與心子今所求第一形腰以心丁半分第三形腰比心界半徑若丁土半分第二形腰與今所求界子一分弧第二形腰亦若乙土半分第四形腰與今所求金子即甲界三分弧第二形腰觀此比例可悉借率乘除之故矣

法一率除實一率得數仍爲一率一正次以得數一率乘法三率

[illegible]

心士界兩相乘爲實

心丁爲法

得心子第一形腰

得二率三負分寄再乘書左減右實無對易爲正法一率除之得數三率三正分寄再乘次以得數一率乘法五率得三率五負分

寄六乘得數三率乘法三率得三率九負分寄五乘遞齊其分轉以分母二乘之得三率十八負分寄六乘各書左併得二十三減右實無對易爲正法一率除之得數爲五率二十三正分寄六乘依是遞乘凡得數一率乘法率較之餘率乘法率寄分恆多一乘故餘率宜增一分母乘併減右實法一率遞除除至十五率止得第一形腰

心界乘丁土則實在兩率之間作圖不便故心丁心界皆降低一率得數

心界丁土兩相乘爲實○

份	
三	〡〡〡
七	〓〡〡〡〡
十一	[illegible]
十五	〓○〡〡〡〡
十九	[illegible]
廿三	[illegible]○
廿七	[illegible]○

○
○
○
○
○
○
○

心丁爲法○一○再○六○十○十四○十八○廿二○廿六

得界子第二形腰○一分○三○七○十一○十五○十九○廿三○廿七

廿二	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
三						
七	[illegible]					
十一	[illegible]	[illegible]				
十五	[illegible]	[illegible]	[illegible]			
十九	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		
廿三	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
廿七	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

亦同前式實止一位此式實有多位皆正左乘出數皆負併減右實異名宜加從實爲正法一

率正除之故得數皆正爲四分之一第二形腰

分母四分子爲一與三第一形兼此兩分子第二形各自其分子起度今求得第一形腰率及一分弧第二形腰率其三分者易率後相減卽得可以省求又所借二率係二分通弦本弧爲四分借弧爲二分借弧得本弧四分之二亦卽二分之一欲求其相當率應取整分起度之二分倍矢率與本弧三率倍矢相當取半分起度之二分通弦率與本弧二率通弦相當

易借率爲本率

第一形腰率皆奇不須用二率通弦可逕用三率倍

矢借弧得本弧二分之一取前整分所得二分弧倍

用率

十五率	十三率	十一率	九率	七率	五率	三率	相當率	三率
一十三	一十一	一九	一七	一五	一三	一自	一	一自
一	一〇[illegible]	一〇[illegible]〇[illegible]	一〇[illegible]〇[illegible]〇[illegible]	一〇[illegible]〇[illegible]〇[illegible]〇[illegible]〇	一〇[illegible]〇[illegible]〇〇〇〇〇	〇〇一〇[illegible]〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇[illegible]〇[illegible]	〇〇一〇[illegible]

矢三率四正五率一負為借率而與本弧倍矢三率一相當上下對列右線左借三率四為分母自乘數除借率應得三率一正五率一負分

第一形 腰

定率

一率	三率	五率	七率	九率	十一率	十三率	十五率

寄自乘因視求得率逐位寄分遞增四乘故借五率轉以分母自乘增乘之得借三率一正五率四負分寄三乘使與求得率遞增寄分等爲

借率乘法又以分母自乘除本率得三率一正分寄

自乘爲本率乘法上下對列相當率左亦即以之爲用三率對列於右線右於是本率借率各遞以乘法乘之一率除之得上下相當各用率依次列於右方復以求得第一形腰率列左線右逓求定率視求得一率爲一亦以一率一正上下對列左線左爲定一率視求得三率三正分寄再乘遂以分子三乘用三率之本率借率分母再乘除之得借三率三正分寄再乘五率十二負分寄六乘而在本率則爲三率三正分寄四乘爲定三率對列定一率左視求得五率二十三正分寄六乘而用三率內借五率反負十二

其寄分同廼相加得三十五爲分子以乘用五率之本率借率分母六乘除之得借五率三十五正分寄六乘七率二百八十負分寄十乘九率五百六十正分寄十四乘而在本率則爲五率三十五正分寄十乘爲定五率列定三率左如是遞以借率正負相減所餘恆負與求得異名相加爲正以乘各用率所寄之分除之得各定率依次列於左方其左上本率卽四分之一與三第一形腰也

第二形腰率皆耦取半分所得二分通弦率爲借率而與本弧通弦二率一相當列右線左借二率二爲

分母以除借率應得二率一正四率一負分寄再乘其下各率均如

用率

十六率	十四率	十二率	十率	八率	六率	四率	二率	相當率
一十四	一十二	一十	一八	一六	一四	一再	一分	一
							一	二
							〇	〇
						一	[illegible]三	[illegible]
						〇	〇	〇
					一	[illegible]三	[illegible]七	[illegible]五
					〇	〇	〇	〇
				一	[illegible]三	[illegible]七	[illegible]十一	[illegible]九
				〇	〇	〇	〇	〇
			一	[illegible]三	[illegible]七	[illegible]十一	[illegible]十五	[illegible]十三
			〇	〇	〇	〇	〇	〇
		一	[illegible]三	[illegible]七	[illegible]十一	[illegible]十五	[illegible]十九	[illegible]十七
		〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
	一	[illegible]三	[illegible]七	[illegible]十一	[illegible]十五	[illegible]十九	[illegible]廿三	[illegible]廿一
	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
一	[illegible]三	[illegible]七	[illegible]十一	[illegible]十五	[illegible]十九	[illegible]廿三	[illegible]廿七	[illegible]廿五

相當率數寄分各增一乘惟因遞位寄分皆遞增四乘而四率較二率止增三乘故轉以分母增乘四率以下各率而增寄其

十六率	十四率	十二率	十率	八率	六率	四率	二率	第二形腰	三率
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]十二	[illegible]六	丨自		丨自
							丨分	丨分	〇
							〇	〇	丨
						[illegible]三	[illegible]三	[illegible]三	〇
						〇	〇	〇	[illegible]三
					[illegible]七	[illegible]七	[illegible]七	[illegible]七	
					〇	〇	〇	〇	
				[illegible]十一	[illegible]十一	[illegible]十一	[illegible]十一	[illegible]十一	
				〇	〇	〇	〇	〇	
			[illegible]十五	[illegible]十五	[illegible]十五	[illegible]十五	[illegible]十五	[illegible]十五	
			〇	〇	〇	〇	〇	〇	
		[illegible]十九	[illegible]十九	[illegible]十九	[illegible]十九	[illegible]十九	[illegible]十九	[illegible]十九	
		〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	
	[illegible]廿三	[illegible]廿三	[illegible]廿三	[illegible]廿三	[illegible]廿三	[illegible]廿三	[illegible]廿三	[illegible]廿三	
	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	
[illegible]廿七	[illegible]廿七	[illegible]廿七	[illegible]廿七	[illegible]廿七	[illegible]廿七	[illegible]廿七	[illegible]廿七	[illegible]廿七	

定率

分又以分母除本率得二率一正寄分母是爲用二率上下對列右線右乘法係三率仍用求第一形腰之乘法列相當率左至求各用率及各定率法均同

前不煩重贅

既得第一二形腰率可以比例加減求各形腰底今將四分之三起度者列前四分之一起度者列後

求四分之三起度各形腰底率

負第二形腰 子界	第一形腰 子心	一形腰一二率乘除之得底 子甲	負一形腰底減得第二形腰 甲界	二形腰一二率乘除之得底 乙甲	一二形腰底減得第三形腰 乙心
○	[illegible]	○	○	○	[illegible]
[illegible]	○	[illegible]	[illegible]	○	○
○	[illegible]	○	○	[illegible]	[illegible]
[illegible]	○	[illegible]	[illegible]	○	○
○	[illegible]	○	○	[illegible]	[illegible]
[illegible]	○	[illegible]	[illegible]	○	○
○	[illegible]	○	○	[illegible]	[illegible]
[illegible]	○	[illegible]	[illegible]	○	○
○	[illegible]	○	○	[illegible]	[illegible]
[illegible]	○	[illegible]	[illegible]	○	○
○	[illegible]	○	○	[illegible]	[illegible]
[illegible]	○	[illegible]	[illegible]	○	○
○	[illegible]	○	○	[illegible]	[illegible]
[illegible]	○	[illegible]	[illegible]	○	○
○	[illegible]	○	○	[illegible]	[illegible]
[illegible]	○	[illegible]	[illegible]	○	○

三形腰一二率除乘之得底 丙乙 [illegible]

三二形底腰加得第四形腰 丙界 [illegible]

四形腰一二率除乘之得底 丁丙 [illegible]

四三形底腰減得第五形腰 丁心 [illegible]

五形腰一二率除乘之得底 戊丁 [illegible]

五四形底腰加得第六形腰 戊界 [illegible]

六形腰一二率除乘之得底 己戊 [illegible]

六五形底腰減得第七形腰 己心 [illegible]

七形腰一二率除乘之得底 庚己 [illegible]

七六形底腰加得第八形腰 庚界 [illegible]

求四分之一起度各形腰底率

負第二形腰 甲界 ○ [illegible]自 ○ [illegible]六 ○ [illegible]十二 ○ [illegible]十八 ○ [illegible]廿四 ○ [illegible]三十 ○ [illegible]卅六 ○ [illegible]四十二

第一形腰 甲心 | ○ [illegible]四 ○ [illegible]十 ○ [illegible]十六 ○ [illegible]廿二 ○ [illegible]廿八 ○ [illegible]卅四 ○ [illegible]四十 ○

一形腰一二率乘除之得底 子甲 ○ | ○ [illegible]四 ○ [illegible]十 ○ [illegible]十六 ○ [illegible]廿二 ○ [illegible]廿八 ○ [illegible]卅四 ○ [illegible]四十

負一形底腰減得第二形腰 子界 ○ [illegible]自 ○ [illegible]六 ○ [illegible]十二 ○ [illegible]十八 ○ [illegible]廿四 ○ [illegible]三十 ○ [illegible]卅六 ○ [illegible]四十二

二形腰一二率乘除之得底 丑子 ○ ○ [illegible]自 ○ [illegible]六 ○ [illegible]十二 ○ [illegible]十八 ○ [illegible]廿四 ○ [illegible]三十 ○ [illegible]卅六 ○

二一形底腰減得第三形腰 丑心 | ○ [illegible]四 ○ [illegible]十 ○ [illegible]十六 ○ [illegible]廿二 ○ [illegible]廿八 ○ [illegible]卅四 ○ [illegible]四十 ○

三形腰一二率乘除之得底 寅丑 ○ | ○ [illegible]四 ○ [illegible]十 ○ [illegible]十六 ○ [illegible]廿二 ○ [illegible]廿八 ○ [illegible]卅四 ○ [illegible]四十

三二形底腰加得第四形腰 寅界 ○ [illegible]自 ○ [illegible]六 ○ [illegible]十二 ○ [illegible]十八 ○ [illegible]廿四 ○ [illegible]三十 ○ [illegible]卅六 ○ [illegible]四十二

四形腰一二率乘除之得底 卯寅 ○ ○ [illegible]自 ○ [illegible]六 ○ [illegible]十二 ○ [illegible]十八 ○ [illegible]廿四 ○ [illegible]三十 ○ [illegible]卅六 ○

三形腰四形底減得第五形腰　心卯　[illegible]

五形腰二率乘一率除之得底　卯辰　[illegible]

四形腰五形底加得第六形腰　界辰　[illegible]

六形腰二率乘一率除之得底　辰午　[illegible]

五形腰六形底減得第七形腰　心午　[illegible]

七形腰二率乘一率除之得底　午未　[illegible]

六形腰七形底加得第八形腰　界未　[illegible]

以上各形腰底率其寄分係分母四折半得二為分母因所借二率通弦三率倍矢屬二分弧得四分弧二之一故分母須折半也若遞加數四分之一與三

起根者仍以四爲分母然分母雖四而四乃二自乘之數除法遇二亦恆除實不盡宜寄其除則二乃四之小分故腰率寄分母自乘者遞加數寄分母腰率寄三乘遞加數寄自乘腰率寄五乘遞加數寄再乘至腰率寄再乘或四乘遞加數則寄分母及自乘而又各寄一小分彼此仍兩兩相應

求根積法以首根三與一遞加減分母四得諸根用爲乘法二三四五等爲除法先求得第一二行積次則順加逆減得逐行積齊寄分別正負均如前法惟分母四內含二之小分小分亦除實不盡故各增寄一小分

四分之三起根遞加數

負行　一行　二行　三行　四行　五行　六行　七行　八行

分母	
自乘	小分二
再乘	二
四乘	二
五乘	二
七乘	二
八乘	二
十乘	二
十一乘	二
十三乘	二
十四乘	二
十六乘	二
十七乘	二
十九乘	二
二十乘	二

四分之一起根遞加數

負行 一行 二行 三行 四行 五行 六行 七行 八行

分母	小分
自乘	二
再乘	二
四乘	二
五乘	二
七乘	二
八乘	二
十乘	二
十一乘	二
十三乘	二
十四乘	二
十六乘	二
十七乘	二
十九乘	二
二十乘	二

如前圖首根三正右寄分母以首根減分母得一負
乘首根得三負分母除之二除之均不受除卽以爲
首行平積寄分增爲自乘又寄小分二以後遞增分
母乘數而仍帶此小分至得次行四乘積爲七十七
正分寄五乘又帶小分更求首行五乘積宜以首根
減三分母得九負乘四乘積得六百九十三負分母
除之六除之分母不受除六則但可三除而寄其二
除二百三十一負寄分應增一乘小分之二合前所
帶者可進爲一乘總計之分寄七乘較之每行逐位
遞增之乘數尙少寄一小分故轉以二乘之得四百

六十二負爲五乘積分寄七乘又帶小分依是遞求每行除根外逐位之積寄分皆遞增三乘各積皆帶寄小分觀圖自悉

此四分之三四分之一起根遞加數與前所得各腰率分母雖不等而其數則等如第一形腰之三率分子三寄分母四乘分母爲二四次乘之得三十二其相應之遞加數第一行平積分子亦三寄分母自乘又寄小分分母爲四自乘得十六又以小分二乘之亦得三十二是所寄實等也餘可類推今將遞加數如前約定之法易其正負取兩耦行遞併以小分二

除之根積皆可除盡分母遂易四為二各積消去所寄之小分餘其所寄者以乘數倍之加一為乘數卽得逐分通弦率取兩奇行遞併以小分二除之分母仍為四各積消去所寄之小分去根差互易其正負卽得逐分倍矢率

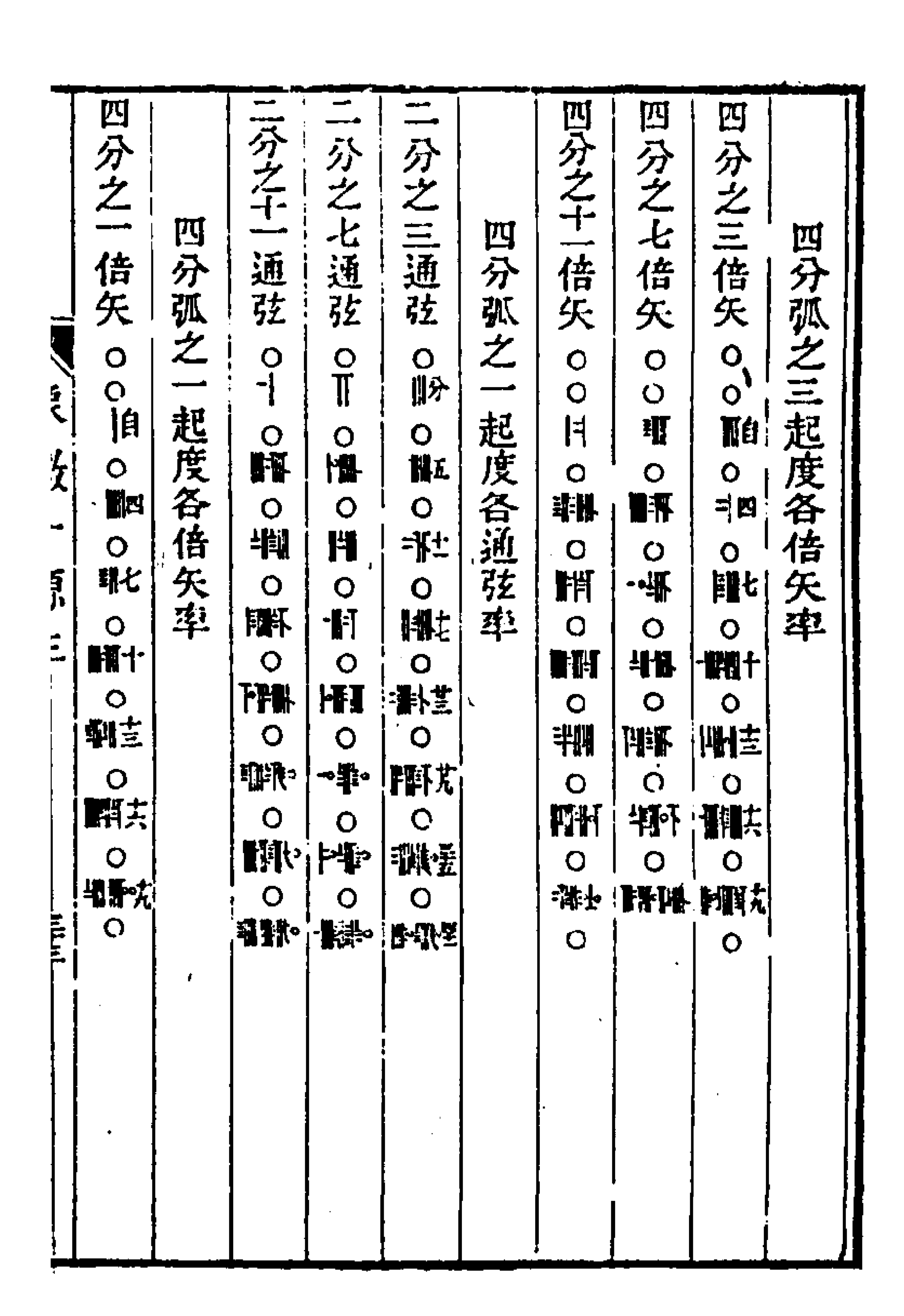
四分弧之三起度各通弦率

二分之一通弦○[illegible]分○[illegible]五○[illegible]十一○[illegible]十七○[illegible]廿三○[illegible]廿九○[illegible]三十五○[illegible]四十一

二分之五通弦○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]

二分之九通弦○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]

二分之十三通弦○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]



四分弧之三起度各倍矢率

四分之三倍矢

四分之七倍矢

四分之十一倍矢

四分弧之一起度各通弦率

二分之三通弦

二分之七通弦

二分之十一通弦

四分弧之一起度各倍矢率

四分之一倍矢

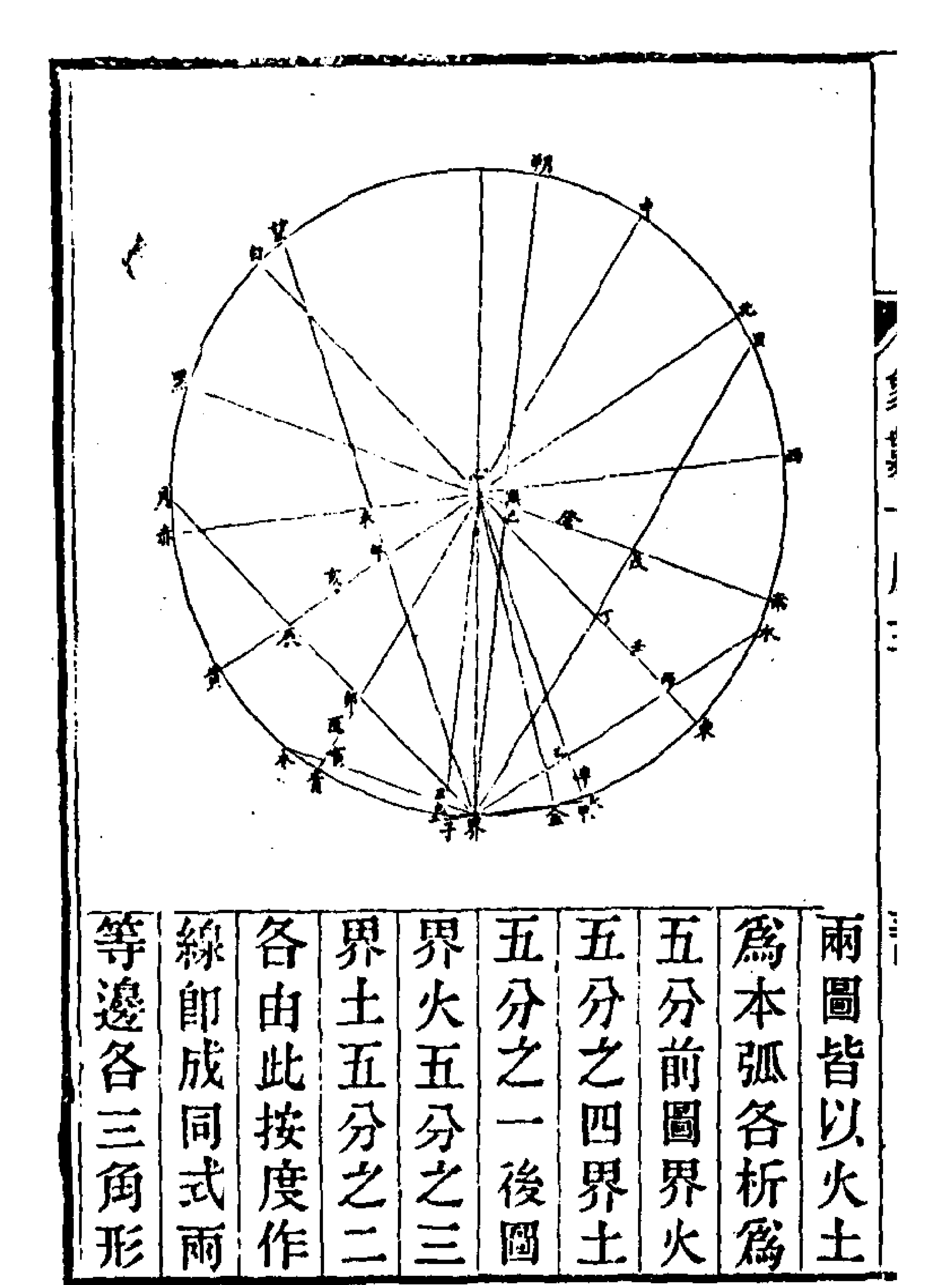
四分之五倍矢○○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○

四分之九倍矢○○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○

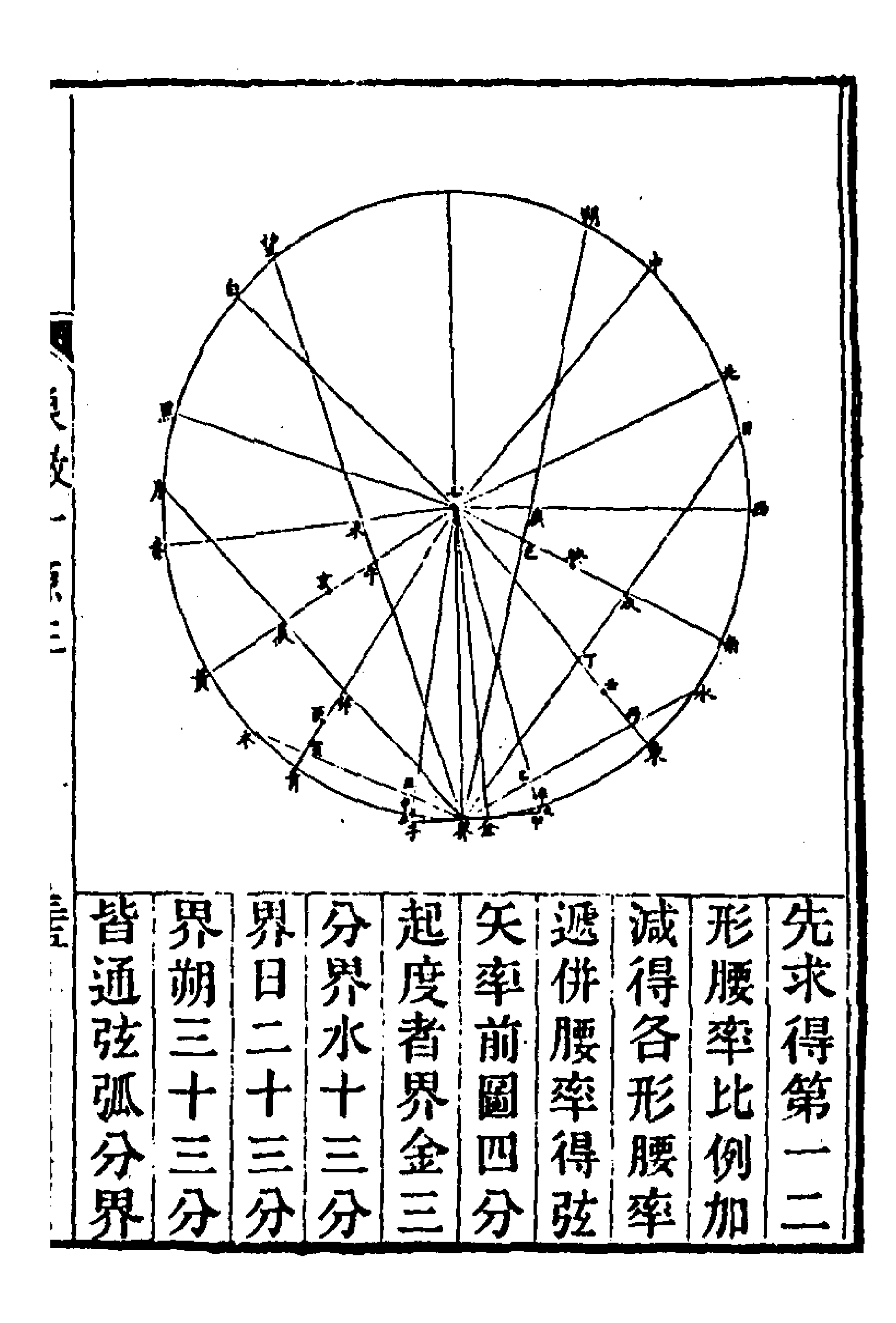
煦案四分弧通弦率其四分之幾折而爲二分之幾此耦分弧之通例若通弦逐率分母亦折而爲二此則偶然也蓋四爲二之自乘數故可折非凡耦分弧皆可折而從半分弧也如前半分起度通弦率其通弦變爲二分四分等整分而逐率仍帶二爲分母此其徵也

弦矢弧分及遞加數本同此分母倍矢之分子與遞加數等通弦之分子則爲遞加數兩分子之較與和

其以兩分子和爲分子者則分母爲較以兩分子較爲分子者則分母爲和分母若奇兩分子必一奇一耦而和較常奇奇則不能折半而約使小故通弦分母卽遞加數之分母分母若耦其分子耦則俱耦奇則俱奇俱耦者子母皆可折毋須立此遞加數俱奇者遞加數不能折而兩分子之和較則常耦耦卽可折故通弦分母得遞加數分母之半其分子爲兩分子之半較半和也準是論之前三之一起度者通弦消去分母而成整分分子各折半今四之一與三起度者通弦分母折爲二分子亦折半可悉所由來矣



兩圖皆以火土爲本弧各析爲五分前圖界火五分之四界土五分之一後圖界火五分之三界土五分之二各由此按度作線卽成同式兩等邊各三角形



先求得第一二形腰率比例加減得各形腰率遞併腰率得弦矢率前圖四分起度者界金三分界水十三分界日二十三分界朔三十三分皆通弦弧分界

火四分界東九分界南十四分皆倍矢弧分一分起度者界木七分界月十七分界望二十七分皆通弦弧分界子一分界青六分界黃十一分皆倍矢弧分後圖三分起度者界金一分界水十一分界日二十一分界朔三十一分皆通弦弧分界火三分界東八分界南十三分皆倍矢弧分二分起度者界木九分界月十九分界望二十九分皆通弦弧分界土二分界青七分界黃十二分皆倍矢弧分觀圖可悉

借率求第一二形腰

如前法分母五爲奇應借一分通弦爲二率求第一



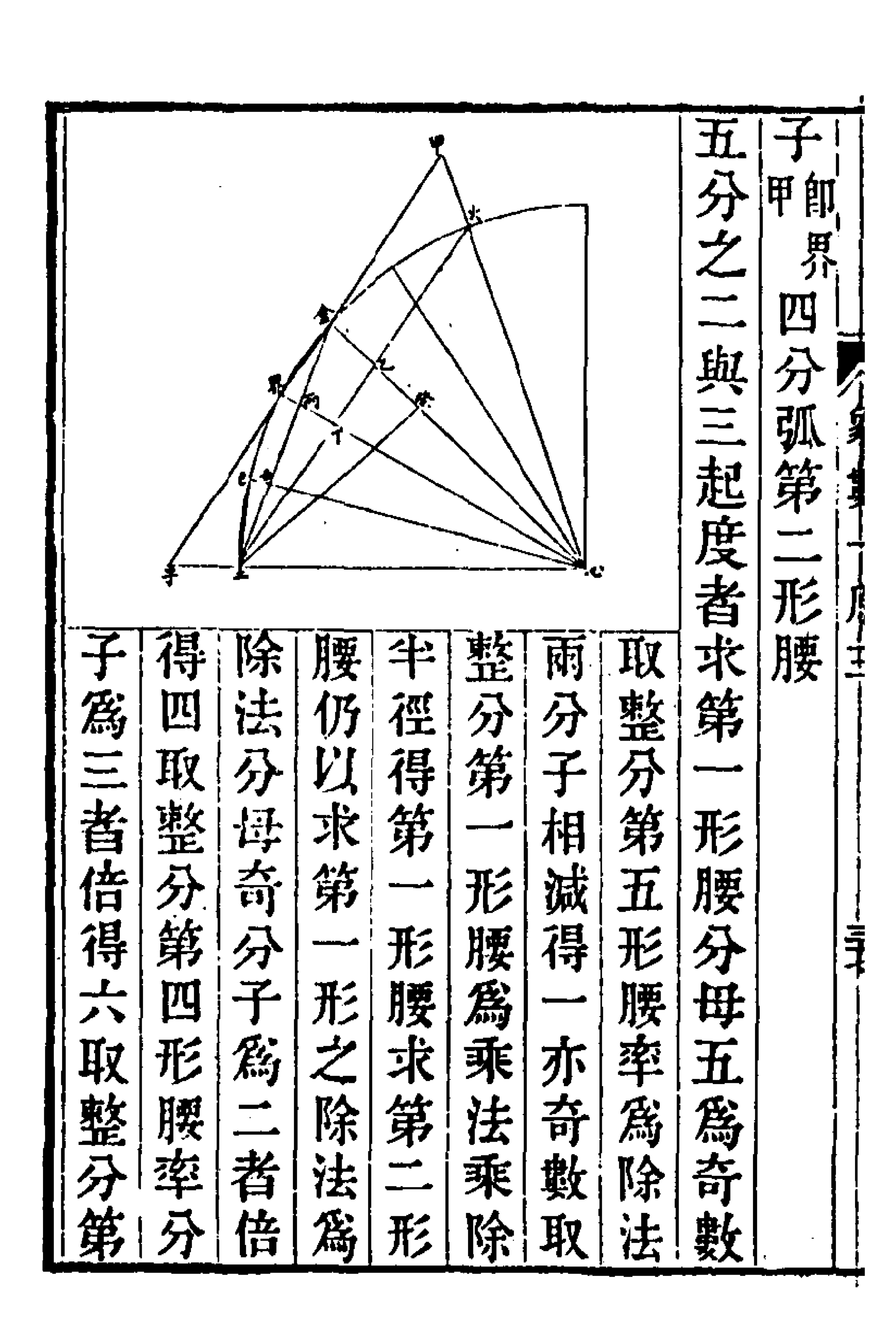
形腰爲五分之一與四起度者視分母奇其數五卽取整分第五形腰率爲除法兩分子相減亦得奇其數三卽取整分第三形腰率爲乘法乘除半徑得第一形腰求第二形腰仍以求第一形之除法爲除法又分母奇分子爲一者倍得二卽取整分第二形腰率分子爲四者倍得八卽取整分第八形腰率爲乘法乘除半徑得第二形腰試圖以明之火土

本弧五分爲分母界土一分界火四分爲分子心甲
子卽今所求第一形與心火土形同式心甲心子爲
兩腰界子爲一分弧第二形腰界甲卽金子爲四分弧
第二形腰作土界土已以至土木等線卽顯圖中各
形與整分起度諸三角相當彼之一分卽當今一分
故借一分通弦爲二率自心土界以至心丁乙皆當
彼心角形自土界壬以至土癸木皆當彼界角形通
比例之心丁土形與心丙子形同式以心丁比心丙
若心土與心子而心丁者卽整分第五形腰心丙者
卽整分第三形腰故以之乘除心土半徑得心子第

一形腰又心庚土形與心界子形同式心辛土形與
心金子形即心界甲形同式而心丁庚之與土壬庚心乙
辛之與土癸辛亦皆同式以心庚比庚土若心界與
界子而心庚與庚土亦若心丁與壬土則心丁與壬
土亦必若心界與界子心丁者即整分第五形腰壬
土者即整分第二形腰故以之乘除心界半徑得界
子一分弧第二形腰以心辛比辛土若心金與金子
而心辛與辛土亦若心乙與癸土則心乙與癸土亦
必若心金與金子心乙者仍即整分第五形腰癸土
者又即整分第八形腰故以之乘除心金半徑得金

子甲即界四分弧第二形腰

五分之二與三起度者求第一形腰分母五為奇數



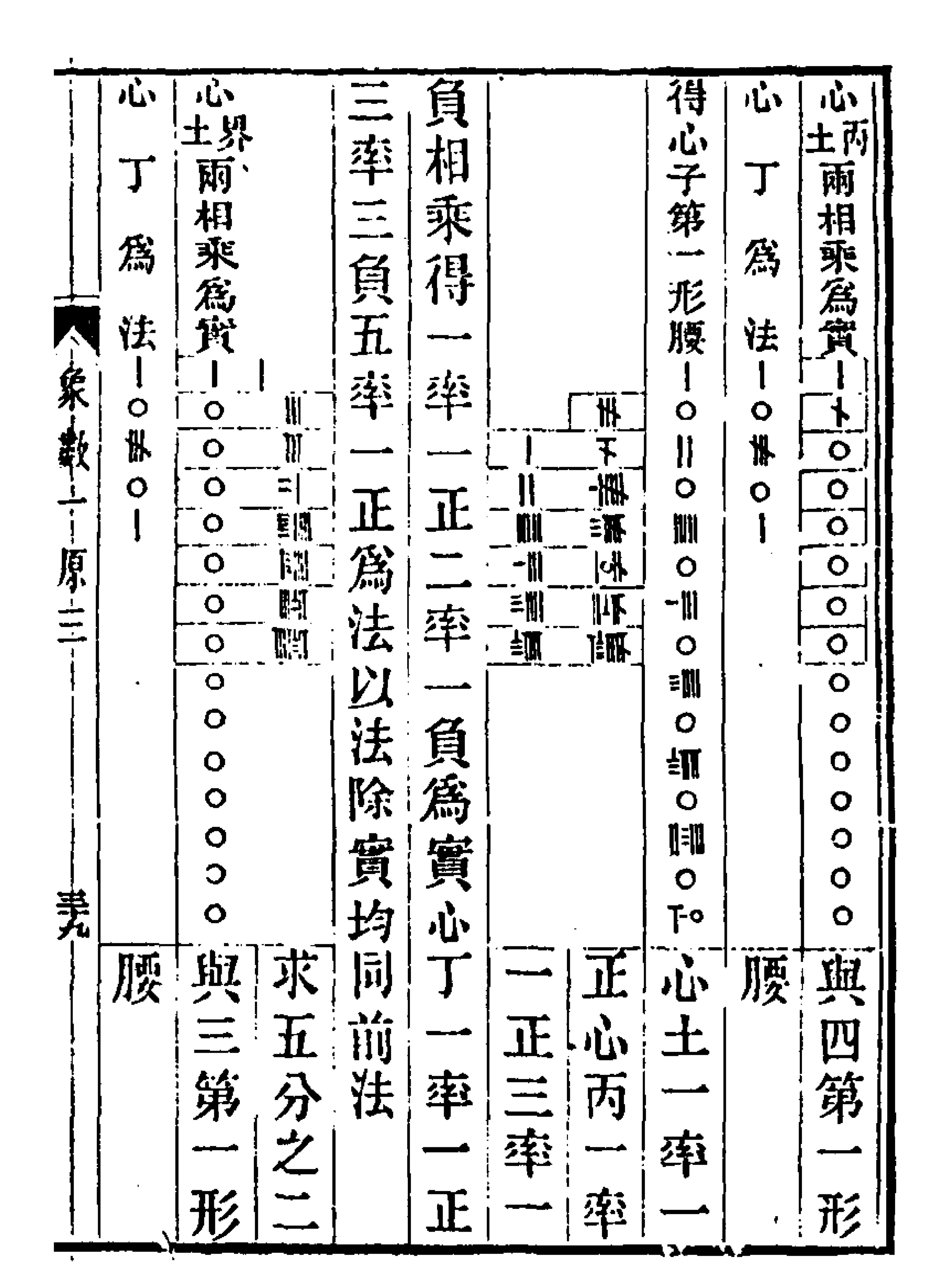
取整分第五形腰率為除法兩分子相減得一亦奇數取整分第一形腰為乘法乘除半徑得第一形腰求第二形腰仍以求第一形之除法為除法分母奇分子為二者倍得四取整分第四形腰率分子為三者倍得六取整分第

六形腰率爲乘法乘除半徑得各第二形腰亦圖以明之火土本弧五分爲分母界土二分界火三分爲分子心甲子卽今所求第一形與心火土形同式心甲心子爲兩腰界子爲二分弧第二形腰界甲爲三分弧第二形腰作土巳土金及土癸等線卽顯圖中各形與整分起度諸三角相當土巳一分通弦借爲二率土丙丁卽其第四形心丁乙卽其第五形土乙癸卽其第六形廼比例之心丁土形與心界子形同式心乙土形與心金子形卽心界甲形同式以心丁比心界若心土與心子心丁者卽整分第五形腰心界者

卽整分第一形腰故以之乘除心土半徑得心子第一形腰以心丁比丁土若心界與界子以心乙比乙土若心金與金子心丁心乙皆卽整分第五形腰丁土者卽整分第四形腰乙土者卽整分第六形腰故各以此乘除心界及心金半徑得界子二分弧第二形腰及金子卽界甲三分弧第二形腰

比例既明如法檢前整分起度諸形腰率以求兩種第一形腰及五分之一五分之二第二形腰其三分四分者易率後加減可得無煩遍求

求五分之一



心土丙兩相乘爲實丨丅〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇與四第一形

心丁爲法丨〇𝍣〇丨腰

得心子第一形腰丨〇𝍡〇𝍤〇𝍦〇𝍨〇𝍨〇𝍨〇丅〇心土一率一

正心丙一率

一正三率一

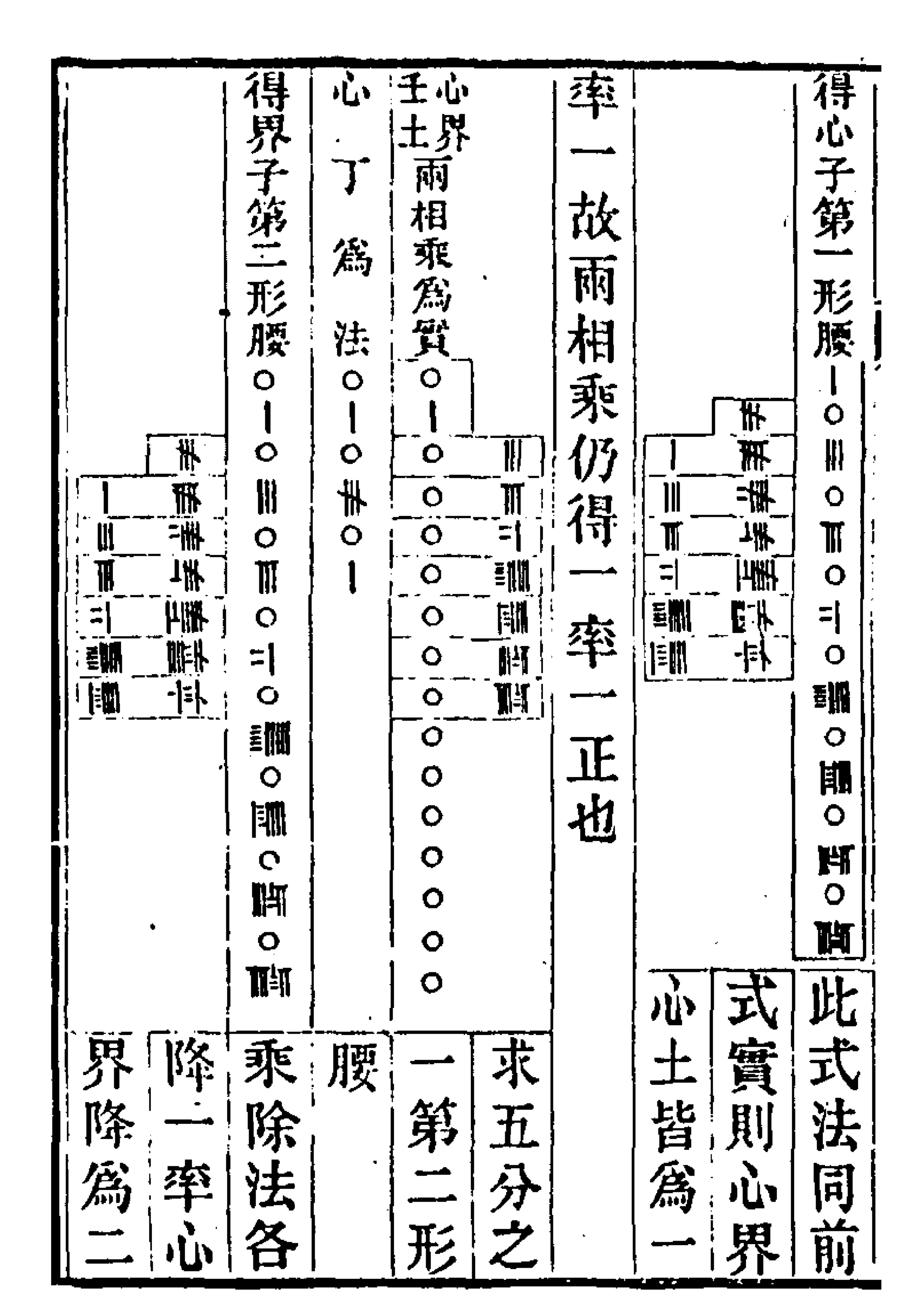
負相乘得一率一正二率一負爲實心丁一率一正

三率三負五率一正爲法以法除實均同前法

求五分之二

心土界、兩相乘爲實丨〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇與三第一形

心丁爲法丨〇𝍣〇丨腰



得心子第一形腰

此式法同前式實則心界心土皆爲一率一故兩相乘仍得一率一正也

心界壬土兩相乘爲實

求五分之一第二形

心丁爲法

腰

得界子第二形腰

乘除法各降一率心界降爲二

率一正心丁降爲二率一正四率三負六率一正其

比例亦同作圖較便

心界丁土兩相乘爲實

求五分之

二第二形

心丁爲法

腰

得界子第二形腰

此式乘除

法亦各降

低一率

凡零分諸腰率皆以整分半分之腰率爲宗奇則用

整分耦則用半分蓋整分以一爲分母奇之始也半

分以二為分母耦之始也一與二相須兩奇與耦互錯零分之諸率遂於是乎生觀於借率法可以識一奇一耦之情矣

用率

十五率	十三率	十一率	九率	七率	五率	三率	一率	相當率
丨十三	丨十一	丨九	丨七	丨五	丨三	丨自	丨	丨
							丨	〇
							〇	〇
						丨	〇	[illegible]
						〇	〇	〇
					丨	[illegible]	〇	[illegible]〇
					〇	〇	〇	〇
				丨	[illegible]	[illegible]分	〇	[illegible]
				〇	〇	〇	〇	〇
			丨	[illegible]	[illegible]分	[illegible]分	〇	[illegible]〇
			〇	〇	〇	〇	〇	〇
		丨	[illegible]	[illegible]分	[illegible]分	丨自	〇	丨
		〇	〇	〇	〇	〇	〇	
	丨	[illegible]〇	[illegible]分	[illegible]分	[illegible]自	〇	〇	
	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	
丨	[illegible]	[illegible]分	[illegible]分	[illegible]自	[illegible]自	〇	〇	

易五分之一與四第一形腰率借弧以二率下正負各耦率與

乘法

求得率

定率

一率

三率

五率

七率

九率

十一率

十三率

十五率

本弧二率通弦相當亦即以三率下正負各奇率與本弧三率倍矢相當第一形腰率皆奇故相當率逕檢前整分起度五分倍矢為三率二十五正五率五

用　率

十六率　丨十四
丨

十四率　丨十二
丨〇[illegible]

十二率　丨十
丨〇[illegible]〇[illegible]分

十率　丨八
丨〇[illegible]〇[illegible]分〇[illegible]分

八率　丨六
丨〇[illegible]〇[illegible]分〇[illegible]自〇[illegible]自

六率　丨四
丨〇[illegible]〇[illegible]分〇[illegible]分〇[illegible]自〇[illegible]自

四率　丨再
丨〇[illegible]〇[illegible]分〇[illegible]分〇[illegible]自〇[illegible]自〇[illegible]再

二率　丨分
〇丨〇[illegible]〇丨分

相當率
丨〇[illegible]〇[illegible]〇丨

用二率　丨分
〇丨〇[illegible]〇丨分

十負七率三十五正九率十負十一率一正與本弧三率相當用爲相當率又分母大則下位諸率之分子亦愈大不便書寫故分宜省寄相當率各以分母

乘法 自○○一○[illegible]○[illegible]分○[illegible]分○自

次得率 ○一○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]

定率

率	
二率	一○一○[illegible]○[illegible]分
四率 再	[illegible]○[illegible]分○[illegible]分○[illegible]分○[illegible]自○[illegible]自○[illegible]
六率 五	[illegible]分○[illegible]分○[illegible]分○[illegible]自○[illegible]自○[illegible]
八率 七	[illegible]分○[illegible]分○[illegible]自○[illegible]自○[illegible]
十率 九	[illegible]分○[illegible]自○[illegible]自○[illegible]
十二率 十一	[illegible]自○[illegible]自○[illegible]
十四率 十三	[illegible]自○[illegible]
十六率 十五	[illegible]

自乘二十五除之在本率應寄自乘而在借率則三率五率皆可除盡七率九率皆可以分母除而但寄分母至十一率始寄自乘以爲用三率亦卽乘法每

降二位始增寄一乘依是以求定率則下位之寄分

十五率	十三率	十一率	九率	七率	五率	三率	一率	相當率
用率								
丨亖	丨土	丨九	丨七	丨五	丨三	丨自	丨	丨
							丨	○
							○	○
						丨	○	[illegible]
						○	○	○
					丨	[illegible]	○	[illegible]
					○	○	○	○
				丨	[illegible]	[illegible]分	○	[illegible]
				○	○	○	○	○
			丨	下	[illegible]分	[illegible]分	○	七
			○	○	○	○	○	○
		丨	[illegible]	[illegible]分	[illegible]分	丨自	○	丨
		○	○	○	○	○	○	
	丨	七	[illegible]分	[illegible]分	[illegible]自	○	○	
	○	○	○	○	○	○	○	
丨	[illegible]	[illegible]分	[illegible]分	[illegible]自	[illegible]自	○	○	

較少惟逐位等差不能盡齊耳易五分之一第二形腰率照案圖在前頁第二形腰率皆耦檢前整分起度五分通弦爲二率五正四率五負六率一

乘法	求得率	一率	三率	五率	七率	九率	十一率	十三率	十五率
○○〡○[illegible]○分○分○自	〡○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]	〡○○○○○○○○○○○○○	自[illegible]○[illegible]○分[illegible]○分○自○○○	三[illegible]○分[illegible]○分○自○自○自	六[illegible]分○分○自○自○自	八[illegible]分○自○自○自	十二[illegible]自○自○自	十四[illegible]自○自	[illegible]

正與本弧二率相當用為相當率各以分母五除之本二率應寄分母借二率四率皆可除盡惟六率寄分母為用二率各自乘半徑除之為三率倍矢亦即

用二率	相當率	二率	四率	六率	八率	十率	十二率	十四率	十六率
丨分	丨	丨分	丨再	丨四	丨六	丨八	丨十	丨十二	丨十四
○丨○⊥○丨分	○𝍤○𝍫○丨	○丨○⊥○丨分○○○○○○○○○○○	丨○𝍫○丨分○丨分○丨百○丨百○丨再	丨○𝍫○丨分○丨分○丨百○丨百	丨○丁○丨分○丨百○丨百	丨○𝍬○丨分○丨分	丨○丨○丨分	丨○十	丨

乘法

易五分之一與

三第一形腰率

照案圖在前頁

此式各用率與

前第一式同數

按求得率而乘

除之定率遂因

之而異又此求

得率較前第二

乘法

求得率

定率

二率

四率

六率

八率

十率

十二率

十四率

十六率

式祇遞升一率而其數亦同定率之異者以用率皆奇數異於耦率也易五分之二第二形腰率此式各用率與前第二式同數亦按求得率而

乘除之定率始與又此求得率較前第一式祇去一率餘皆遞升一率而其數亦同定率之異者以用率皆耦異於奇率也

煦案第一式定七率及定十一率之借率其十五率乘數一爲十五萬九千三百九十正一爲八百二十五萬一千三百二十正均分寄再乘因可用分母約故寄分減一乘蓋寄分之等已屬不齊則可約者當約之從簡也第三式定七率及定十一率之借率其十五率乘數亦同此法

既得兩種第一二形腰率可以比例加減求各形腰

底諸率詳列於後

求五分之四起度各形腰底率

負第二形腰　子界　[illegible]

第一形腰　子心　[illegible]

一形腰二率乘一率除之得底　子甲　[illegible]

負一形底腰減得第二形腰　甲界　[illegible]

二形腰二率乘一率除之得底　乙甲　[illegible]

一二形底腰減得第三形腰　乙心　[illegible]

三形腰二率乘一率除之得底　丙乙　[illegible]

二三形腰底加得第四形腰　丙界　[illegible]

四形腰一二率乘除之得底 丙丁 ○ ○ [illegible]分 ○ [illegible]再 ○ [illegible]五 ○ [illegible]七 ○ [illegible]九 ○ [illegible]十一 ○ [illegible]十三 ○

三四形底腰減得第五形腰 心丁 一 ○ [illegible]自 ○ [illegible]三 ○ [illegible]六 ○ [illegible]八 ○ [illegible]十 ○ [illegible]十二 ○ [illegible]十四 ○

五形腰一二率乘除之得底 丁戊 ○ 一 ○ [illegible]自 ○ [illegible]三 ○ [illegible]六 ○ [illegible]八 ○ [illegible]十 ○ [illegible]十二 ○ [illegible]

四五形底腰加得第六形腰 界戊 ○ [illegible]分 ○ [illegible]再 ○ [illegible]五 ○ [illegible]七 ○ [illegible]九 ○ [illegible]十一 ○ [illegible]十三 ○ [illegible]

六形腰一二率乘除之得底 戊己 ○ ○ [illegible]分 ○ [illegible]再 ○ [illegible]五 ○ [illegible]七 ○ [illegible]九 ○ [illegible]十一 ○ [illegible]十三 ○

五六形底腰減得第七形腰 心己 一 ○ [illegible]自 ○ [illegible]三 ○ [illegible]六 ○ [illegible]八 ○ [illegible]十 ○ [illegible]十二 ○ [illegible]十四 ○

七形腰一二率乘除之得底 己庚 ○ 一 ○ [illegible]自 ○ [illegible]三 ○ [illegible]六 ○ [illegible]八 ○ [illegible]十 ○ [illegible]十二 ○ [illegible]十四

六七形底腰加得第八形腰 界庚 ○ [illegible]分 ○ [illegible]再 ○ [illegible]五 ○ [illegible]七 ○ [illegible]九 ○ [illegible]十一 ○ [illegible]十三 ○ [illegible]十五

求五分之一起度各形腰底率

第一形腰 心甲 一 ○ [illegible]自 ○ [illegible]三 ○ [illegible]六 ○ [illegible]八 ○ [illegible]十 ○ [illegible]十二 ○ [illegible]十四 ○

第二形腰

子界 〇 〡分 〇 [illegible]再 〇 [illegible]五 〇 [illegible]七 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五

二形腰一二率乘除之得底 丑子 〇 〇 〡分 〇 [illegible]再 〇 [illegible]五 〇 [illegible]七 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇

一二形底腰減得第三形腰 丑心 〡 〇 [illegible]自 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]八 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五 〇

三形腰一二率乘除之得底 寅丑 〇 〡 〇 [illegible]自 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]八 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五

二三形底腰加得第四形腰 寅界 〇 [illegible]分 〇 [illegible]再 〇 [illegible]五 〇 [illegible]七 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五

四形腰一二率乘除之得底 卯寅 〇 〇 [illegible]分 〇 [illegible]再 〇 [illegible]五 〇 [illegible]七 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇

三四形底腰減得第五形腰 卯心 〡 〇 [illegible]自 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]八 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五 〇

五形腰一二率乘除之得底 辰卯 〇 〡 〇 [illegible]自 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]八 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五

四五形底腰加得第六形腰 辰界 〇 [illegible]分 〇 [illegible]再 〇 [illegible]五 〇 [illegible]七 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五

六形腰一二率乘除之得底 午辰 〇 〇 [illegible]分 〇 [illegible]再 〇 [illegible]五 〇 [illegible]七 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇

五六形腰底減得第七形腰 午心 丨 〇 [illegible]自 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]八 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五 〇

七形腰 一二率 除乘之得底 未午 〇 丨 〇 [illegible]自 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]八 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五

六七形腰底加得第八形腰 未界 [illegible]分 〇 [illegible]再 〇 [illegible]五 〇 [illegible]七 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十二 〇 [illegible]十四 〇 [illegible]十六

求五分之三起度各形腰底率

負第二形腰 子界 〇 [illegible]分 〇 [illegible]再 〇 [illegible]五 〇 [illegible]七 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十二 〇 [illegible]十四 〇 [illegible]十六

第一形腰 子心 丨 〇 [illegible]自 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]八 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五 〇

一形腰 一二率 除乘之得底 子甲 〇 丨 〇 [illegible]自 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]八 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五

負一形底腰減得第二形腰 甲界 〇 [illegible]分 〇 [illegible]再 〇 [illegible]五 〇 [illegible]七 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十二 〇 [illegible]十四 〇 [illegible]十六

二形腰 一二率 除乘之得底 乙甲 〇 〇 [illegible]分 〇 [illegible]再 〇 [illegible]五 〇 [illegible]七 〇 [illegible]九 〇 [illegible]十二 〇 [illegible]十四 〇

一二形腰底減得第三形腰 乙心 丨 〇 [illegible]自 〇 [illegible]三 〇 [illegible]六 〇 [illegible]八 〇 [illegible]十一 〇 [illegible]十三 〇 [illegible]十五 〇

三形腰二率乘一率除之得底乙丙

[illegible]

二形腰三形底加得第四形腰丙界

[illegible]

四形腰二率乘一率除之得底丙丁

[illegible]

三形腰四形底減得第五形腰丁心

[illegible]

五形腰二率乘一率除之得底丁戊

[illegible]

四形腰五形底加得第六形腰戊界

[illegible]

六形腰二率乘一率除之得底戊己

[illegible]

五形腰六形底減得第七形腰己心

[illegible]

七形腰二率乘一率除之得底己庚

[illegible]

六形腰七形底加得第八形腰界庚

[illegible]

求五分之二起度各形腰底率

第一形　腰　甲心　[illegible]

第二形　腰　子界　[illegible]

二形腰一二率乘除之得底　丑子　[illegible]

二一形底腰減得第三形腰　丑心　[illegible]

三形腰一二率乘除之得底　寅丑　[illegible]

三二形底腰加得第四形腰　寅界　[illegible]

四形腰一二率乘除之得底　卯寅　[illegible]

四三形底腰減得第五形腰　卯心　[illegible]

五形腰一二率乘除之得底　辰卯　[illegible]

四形腰五形底加得第六形腰界辰 ○ [illegible]分 ○ [illegible] ○ [illegible]五 ○ [illegible]七 ○ [illegible]九 ○ [illegible]十三 ○ [illegible] ○ [illegible]

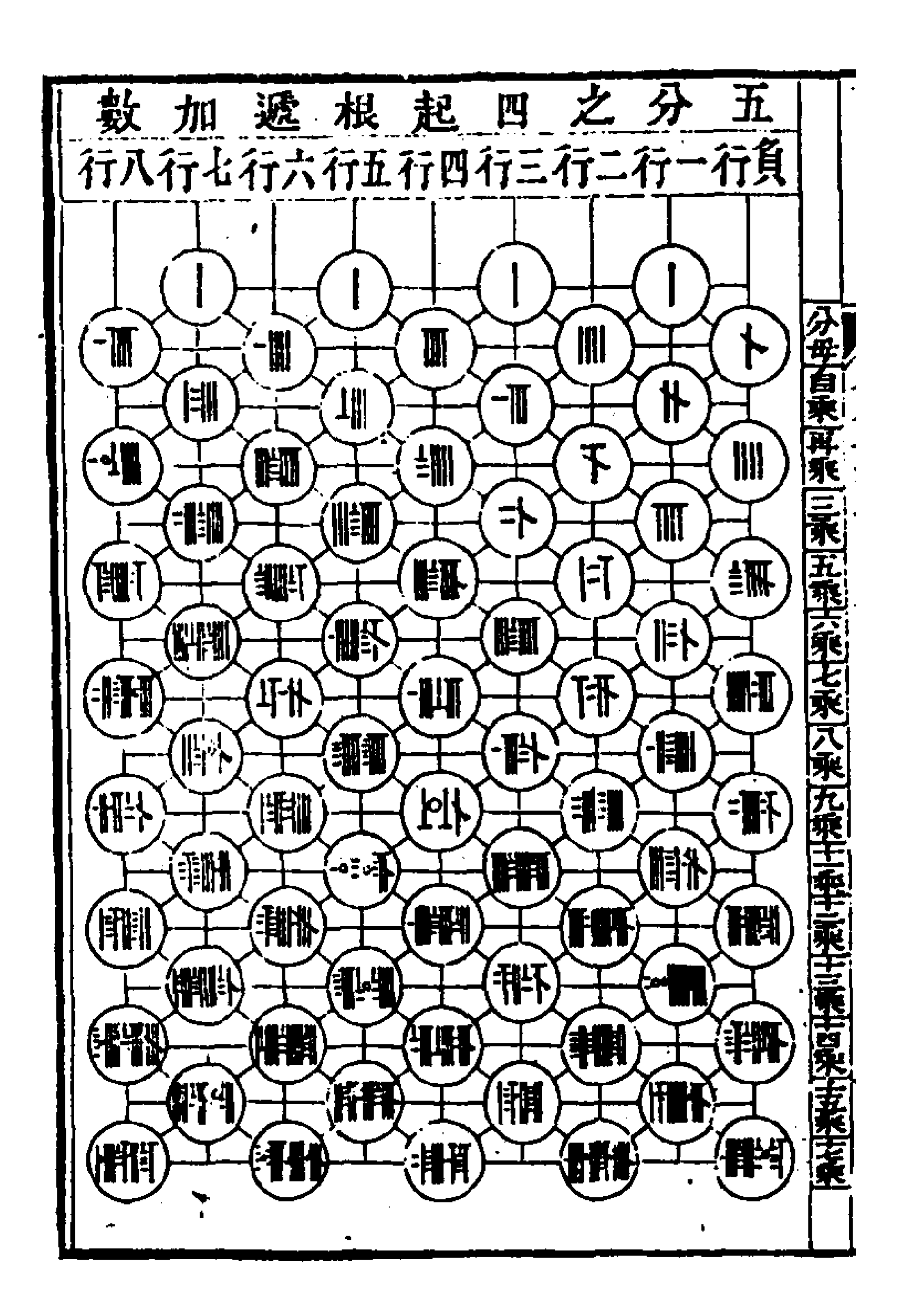
六形腰一二率乘除之得底辰午 ○ ○ [illegible]分 ○ [illegible] ○ [illegible]五 ○ [illegible]七 ○ [illegible]九 ○ [illegible] ○ [illegible] ○

五形腰六形底減得第七形腰心午 | ○ [illegible]自 ○ [illegible]三 ○ [illegible]六 ○ [illegible]八 ○ [illegible]十一 ○ [illegible]十三 ○ [illegible]十五 ○

七形腰一二率乘除之得底午未 ○ | ○ [illegible]自 ○ [illegible]三 ○ [illegible]六 ○ [illegible]八 ○ [illegible]十一 ○ [illegible]十三 ○ [illegible]

六形腰七形底加得第八形腰界未 ○ [illegible]分 ○ [illegible] ○ [illegible]五 ○ [illegible]七 ○ [illegible]九 ○ [illegible] ○ [illegible] ○ [illegible]

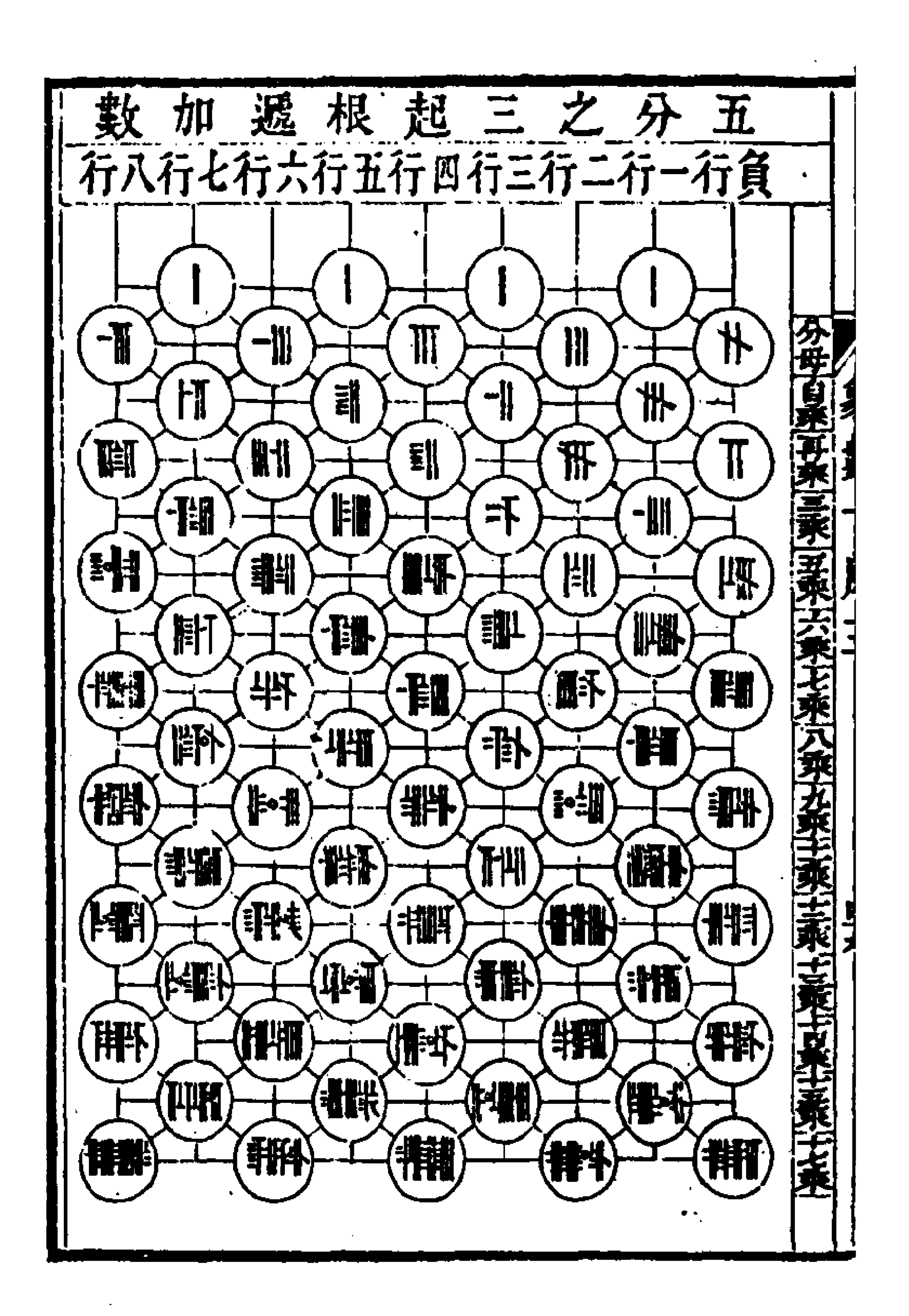
以上分母五分子一二三四起度所得各種各形腰底率與分母五分子一二三四起根遞加數所得各種各行根積雖正負不同而其數一一相合今將遞加數分列於後照案前求腰底率奇分之等不齊故後求遞加數亦不齊其奇分彼此乃兩兩相應


五分之四起根遞加數
負行一行二行三行四行五行六行七行八行
分母自乘
再乘
三乘
五乘
六乘
七乘
八乘
九乘
十一乘
十二乘
十三乘
十四乘
十五乘
十六乘

五分之一起根遞加數

負行　一行　二行　三行　四行　五行　六行　七行　八行

分母　自乘　再乘　三乘　五乘　六乘　七乘　八乘　九乘　十一乘　十二乘　十三乘　十四乘　十五乘　十七乘


五分之三起根遞加數
負行
一行
二行
三行
四行
五行
六行
七行
八行

五分之二起根遞加數

負行　一行　二行　三行　四行　五行　六行　七行　八行

分母　自乘　再乘　三乘　四乘　五乘　六乘　七乘　八乘　九乘　十乘　十一乘　十二乘　十三乘　十四乘　十五乘

此分母五所得四種遞加數與分母五所得各形腰率既莫不相等廼如法易其正負遞併兩耦行數得各通弦率遞併兩奇行數去根差得各倍矢率

五分弧之四起度各通弦率

五分之三通弦 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible]

五分之十三通弦 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible]

五分之廿三通弦 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible]

五分之三十三通弦 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible]

五分弧之四起度各倍矢率

五分之四倍矢 〇 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇 [illegible] 〇

五分之九倍矢○○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○

五分之十四倍矢○○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○

五分弧之一起度各通弦率

五分之七通弦○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]

五分之十七通弦○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]

五分之廿七通弦○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]

五分弧之一起度各倍矢率

五分之一倍矢○○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○

五分之六倍矢○○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○

五分之十一倍矢○○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○

五分弧之三起度各通弦率

五分之一通弦○[illegible]分○[illegible]再○[illegible]五○[illegible]七○[illegible]九○[illegible]十一○[illegible]十三○[illegible]十五

五分之十一通弦○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]

五分之廿一通弦○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]

五分之三十一通弦○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]

五分弧之三起度各倍矢率

五分之三倍矢○○[illegible]自○[illegible]三○[illegible]六○[illegible]八○[illegible]十○[illegible]十二○[illegible]十四○

五分之八倍矢○○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○

五分之十三倍矢○○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○[illegible]○

五分弧之二起度各通弦率

五分之九通弦 [illegible]

五分之十九通弦 [illegible]

五分之廿九通弦 [illegible]

五分弧之二起度各倍矢率

五分之二倍矢 [illegible]

五分之七倍矢 [illegible]

五分之十二倍矢 [illegible]

仁和高雲麟
新陽趙元益 同校